

تأثير التضيق المعتمد على الزمن على التدفق في انبوبة

Effect of a Time-Dependent Stenosis on Flow Through a Tube

D. F. YOUNG

من الامور الشائعة التي تصيب نظام الدورة الدموية حدوث تضيق في الشرايين بسبب تصلبها او نمو غير طبيعي للأوعية. حيث يحدث هذا النمو داخل تجويف الشريان ويتسبب في اضطرابات في التدفق ناتج عن العلاقة بين النمو الغير طبيعي وتدفق الدم في الشريان. نقدم في هذا البحث مناقشة لكل النتائج المختلفة لهذه العلاقة. لقد لوحظ ان نمو صغير يؤدي إلى معيقات تضيق طفيفة، ومع انها لا تحدث تغيير كبير في خصائص التدفق الا انها قد تكون ذات اهمية في استحداث عمليات بيولوجية مثل تكاثر الخلايا البطانية او تغيرات في مقياس قالب الاوعية الدموية. نستعرض في هذه الدراسة تحليل لتأثير التماثل المحوري والنمو المعتمد على الزمن في تجويف انبوبة ذات مساحة مقطع ثابتة حيث تمثل مائع نيوتوني في حالة تدفق مستقر. اعتمدت هذه الدراسة التحليلية على نموذج مبسط بحيث تم اهمال تسارع الحمل الحراري في معادلات نافير وستوكس *Navier-Stokes*. موضح ايضا تأثير النمو على توزيع الضغط وعلى الاجهاد المؤثر على الجدار وكذلك مناقشة الاثار البيولوجية الممكنة.

مقدمة Introduction

من المعروف جيدا انه في بعض مناطق نظام الدورة الدموية في جسم الانسان حدوث انسدادات او تضيق بسبب نمو غير طبيعي في داخل الاوعية الدموية. على سبيل المثال، من الممكن ان يحدث تضيق في الاوعية الدموية من خلال تصلب الشرايين، وقد اقترح العديد من الباحثين ان حدوث تصلب الشرايين يرتبط بشدة بدديناميكا موائع تدفق الدم في الاوعية الدموية [4-1]. كما يمكن ايجاد العديد من المراجع في مجلدات البحوث الطبية على موضوع تصلب الشرايين والتي تشير إلى هذا الجانب من المشكلة. لقد تبين عمليا [5,6] ان اصابة

بطانة الشرايين حتى لو كانت صغيرة جدا فإنها تؤدي بسرعة إلى اضرار جسيمة في جوار المنطقة المصابة مع حدوث المزيد من التضيق للأوعية الدموية. كما اشار بعض الباحثين [7,8,9] إلى ان الإصابة الأولية للأوعية الدموية يعود إلى اضطراب موضعي وحدثت قوة اجهاد من النوع shearing stress كبير والذي يحدث عند التفرعات او في اي مكان يتغير شكله الهندسي بطريقة سريعة وفجائية نسبيا.

بالرغم من ان السبب الرئيسي للنمو غير الطبيعي والذي يبدأ عادة في تجويف الشريان غير معروف حتى الان الا انه من الواضح انه اذا حدث هذا الامر فان خواص التدفق بجوار البروزات الناتجة في تجويف الشريان تتغير بشكل كبير. والان هناك ربط بين حدوث تضيق في الشريان والتغير الحادث في خواص تدفق الدم. اقترح العديد من الباحثين ان تغير الضغط الموضعي او حدث اجهاد من النوع shearing stress [10] قد يستحث بعض العمليات البيولوجية، حيث تتكاثر الخلايا البطانية لجدران الشرايين وايضا تتكاثر الخلايا تحت البطانية وينتج عنها تضيق للتجويف الشرياني. لقد تبين عمليا [11] ان تضيق الاوعية الدموية من خلال طرق خارجية يمكن ان تتسبب في نمو كبير يؤدي إلى حدوث تضيق الاوعية الدموية. في بعض الحالات المذكورة في المراجع حدث انسداد كامل للأوعية الدموية وذلك من خلال النمو الناتج عن التضيق المستحث.

مع تطور التضيق الشرياني يزداد خطر حدوث انسداد كامل بسبب نقصان التجويف. بالإضافة إلى ان هناك زيادة في مقاومة تدفق الدم وبالمقابل حدوث انخفاض للتدفق في اوعية دموية معينة متصلة مع الشريان. كما انه من المعروف ان عند حدوث تضيق في الشريان يحدث اتساع بعد الجزء الضيق (انظر المثال في المراجع [12]). بالرغم من ان سبب الاتساع بعد التضيق غير محدد بدقة الا ان بعض الباحثين يعزي حدوث هذا الاتساع بسبب حدوث ضرر وضعف في جدران الاوعية الدموية نتج عن الاضطراب المتولد في التدفق المتقطع من الجزء الضيق للشريان.

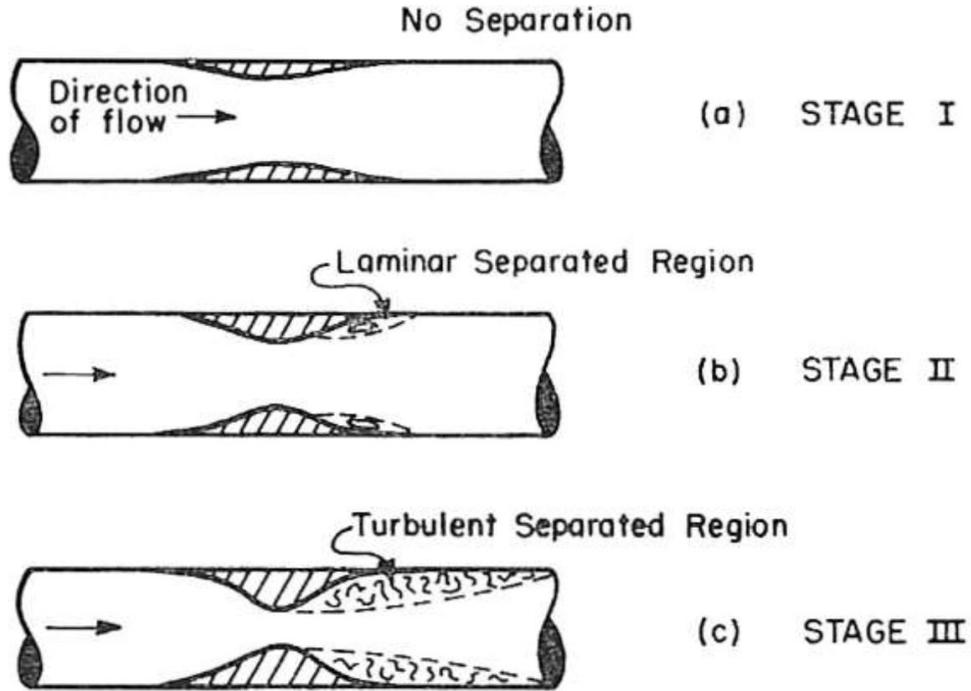
فيما يلي تلخيص للتأثيرات الفسيولوجية المرتبطة في التضيق الحادث في الاوعية الدموية.

- (1) زيادة في مقاومة التدفق مع انخفاض كبير في تدفق الدم.
- (2) زيادة خطر حدوث انسداد كامل.
- (3) نمو خلوي غير طبيعي بجوار مناطق التضيق، وبالتالي زيادة خطورة التضيق في الشرايين.
- (4) إصابة الأنسجة بضرر يؤدي إلى اتساعها.

انه من هدف هذه الدراسة هو الاهتمام ببعض جوانب ميكانيكا المائع للتدفق خلال الشرايين الضيقة والاثار المترتبة عليه.

ظاهرة ميكانيكا الموائع Fluid Mechanics Phenomena

من المؤكد فعليا في الجسم الحي ان الاضرار التي تصيب الاوعية الدموية تؤدي إلى حدوث التضيق ليس لها شكل هندسي محدد. وبصفة عامة فان انماط التدفق ثلاثية الابعاد معقدة وتتطور بجوار التضيق وبالتالي يكون من المستحيل تحليلها ودراستها. في بعض حالات التضيق الحادة التي تشبه الطوق مع درجة من التماثل المحوري ولهدف هذه الدراسة البحثية نفترض ان التضيق له تماثل محوري. ويمكن ان نتخيل ان حجم التضيق يزداد في البداية مع الزمن وفي النهاية يصل لحالة استقرار وثبات في شكله الهندسي.



الشكل 1 ثلاثة مراحل لتطور تضيق في الشرايين

خلال المرحلة المبكرة لتطور التضيق والموضحة في المرحلة I في الشكل 1 فان التدفق لا ينفصل عن البروز ويكون التأثير على خصائص التدفق الكلي مثل زيادة الضغط يكون صغيرا. مع استمرار نمو البروز في تجويف الشريان تنتقل إلى المرحلة الثانية II في الشكل 1 حيث ينفصل التدفق ويتحول التدفق من انسيابي إلى تدفق مضطرب. لكن المنطقة الفاصلة تكون صغيرة ومتمركزة. مع استمرار تطور البروز داخل الشريان تمتد المنطقة الفاصلة أكثر في مجرى التدفق ويصبح التدفق اضطرابي وهي المرحلة III كما هو موضح في الشكل 1. لقد افترض اثناء نمو البروز يكون التدفق في مكان التضيق ثابتا، وان التدفق يكون انسيابي. حيث ان التدفق خلال الاوعية الدموية هو في الحقيقة نبضي فان المرحلة المذكورة لحدوث التضيق سوف تصل إلى حالة مرحلة شديدة خلال الدورة الدموية.

لهذا فانه من المتوقع للتضيق في المرحلتين I و II ان يكون التأثير الفسيولوجي الاكثر تأثيرا لحدوث التكاثر الخلوي الغير طبيعي. اما في مرحلة التضيق III سوف تحدث جميع الاثار المذكورة في نهاية الجزء السابق. للانتقال إلى ما بعد هذا الوصف النوعي لخصائص التدفق العام يجب ان نضع العديد من الافتراضات.

النموذج المثالي Idealized Model

في التقريب الاول الذي سوف نقوم به لهذه المشكلة سوف نفترض ان التدفق انسيابي laminat ومستقرا steady، وان الاوعية الدموية لها قطر ثابت، وان المائع نيوتوني بكثافة ثابتة ρ ولزوجية ثابتة μ . ونفترض ايضا ان التضيق يتطور بطريقة متماثلة محوريا نتيجة لنمو غير طبيعي على مسافة $2Z_0$ ، من الوعاء الدموي الموضح في شكل 2. معدل النمو في تجويف الوعاء هو دالة في الزمن t وله احداثي طولي z . بشكل محدد نفترض ان المعدل الزمني لتغير نصف القطر R يعطى في الشكل التالي:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\alpha_0 \left(1 + \cos \frac{\pi z}{Z_0} \right) e^{-t/\tau} \quad (1)$$

حيث ان $-Z_0 \leq z \leq Z_0$ و

$$\frac{\partial R}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

لجميع قيم z , والمعامل τ هو الثابت الزمني time constant لنمو التضيق و α_0 ثابت. يمكن اجراء التكامل للمعادلة (1) لنحصل على

$$R = R_0 - \tau \alpha_0 (1 - e^{-t/\tau}) \left(1 + \cos \frac{\pi z}{Z_0} \right) \quad (3)$$

حيث ان $R = R_0$ عندما $t = 0$. لقد لوحظ انه عندما t تؤول إلى ∞

$$(R_0 - R)_{z=0} \rightarrow \delta_m \rightarrow 2\tau \alpha_0$$

حيث ان δ_m هي أكبر مسقط للضيف في تجويف الشريان. لهذا فان المعادلة (3) يمكن ان تكتب على النحو التالي:

$$R = R_0 - \frac{\delta_m}{2} (1 - e^{-t/\tau}) \left(1 + \cos \frac{\pi z}{Z_0} \right) \quad (4)$$

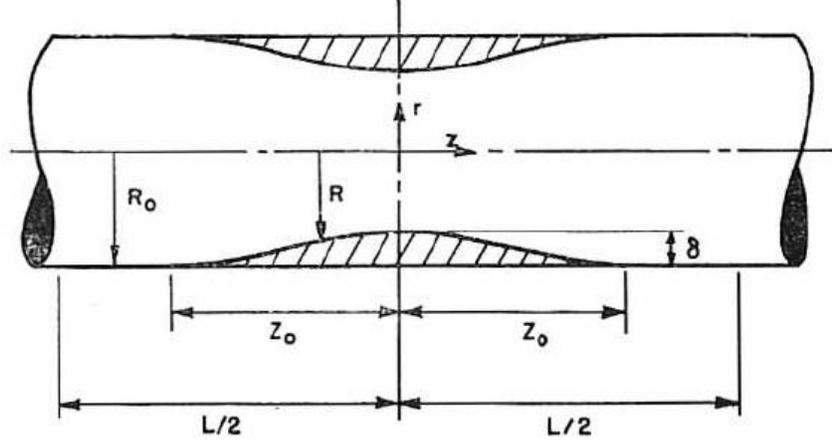
نضعها في صورة عديمة الابعاد (بدون وحدات) نحصل على

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{\delta_m}{2R_0} (1 - e^{-t/\tau}) \left(1 + \cos \frac{\pi z}{Z_0} \right) \quad (5)$$

حيث ان $t = \tau$ وان ارتفاع النمو عند $z = 0$ يكون

$$\delta = 0.6326 \delta_m$$

يعتمد الشكل العام للتضيق على الافتراضات السابقة الموضحة في الشكل 2. من الواضح ان خصائص النمو المفترض هي افتراضية ويوجد الكثير من الامكانيات الاخرى.



الشكل 2 الشكل الهندسي المثالي للتضييق في الشريان

كما يجب ان نلاحظ ايضا انه بالرغم من ان التضييق يتغير مع الزمن الا اننا افترضنا ان التغير يحدث ببطأ وبالتالي يكون التدفق مستقرا. وعليه يعتمد تحليل ميكانيكا المائع فقط على الحالة اللحظية للتضييق.

مع هذا النموذج المثالي فان التدفق من خلال التضييق يخضع إلى معادلات نافير ستوكس Navier-Stokes equations والتي تكتب للتدفق المتمائل محوريا على النحو التالي:

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{v_r}{r^2} \right) \quad (7)$$

حيث ان v_z و v_r هما مركبات السرعة في اتجاه المحور r والمحور z على التوالي، و p هو الضغط. بالإضافة إلى ان معادلة الاستمرارية تعطى على النحو التالي:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

من المعروف جيدا ان هذه المعادلات لا يمكن ان تحل بصفة عامة بسبب العلاقة الغير خطية لحدود تسارع الحمل الحراري. لكن بالاعتماد على حجم التضيق فان بعض الحدود في تلك المعادلات تكون أكثر اهمية من الاخرى. لهذا يكون من المناسب ان نعتبر حالة التضيق المتوسطة (المرحلة I) في الشكل 1 وحالة التضيق الحرجة في المرحلتين II و III بشكل منفصل.

تحليل التضيق المتوسط او المعتدل Analysis for Mild Stenosis

تعرف المعادلة (5) الشكل الهندسي للتضيق ويمكن ان تكتب على النحو التالي:

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{\delta}{2R_0} \left(1 + \cos \frac{\pi z}{Z_0} \right) \quad (9)$$

حيث ان

$$\delta = \delta_m (1 - e^{-t/\tau}) \quad (10)$$

وتمثل اقصى ارتفاع للنمو. خلال التطور الابتدائي للتضيق تكون $1 \ll \delta/R_0$ و $v_r \ll v_z$ وبذلك فان معادلات نافير وستوكي يمكن ان تبسط. التحليل الموضح في الملحق يوضح انه إذا كانت الشروط التالية:

$$(a) \quad R_e \frac{\delta}{Z_0} \ll 1 \quad (b) \quad \frac{\delta}{R_0} \ll 1 \quad (c) \quad \frac{R_0}{Z_0} \sim 0(1)$$

متحققة، حيث ان R_e هو عدد رينولد فان المعادلات تقرب على النحو التالي:

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (11)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (12)$$

يوصف التضيق الذي يحقق هذه الشروط بالتضيق المتوسط او المعتدل mild stenosis. هذه هي نفس الشروط التي نحصل عليها للتدفق خلال انبوبة لها قطر ثابت ويمكن اجراء التكامل لها للحصول على ما يلي:

$$v_z = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (r^2 - R^2(z)) \quad (13)$$

اي ان توزيع السرعة يأخذ شكل قطع مكافئ parabolic عند كل مقطع من الانبوبة. استخدم نفس التقريب في التحليل للتدفق خلال الانابيب المرنة [13, 14]. يتبع هذا ما يلي:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{8\mu}{\pi} \frac{Q}{R^4} \quad (14)$$

ويكون اجهاد الجدران من النوع τ shearing stress على النحو التالي:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{R}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \\ &= - \frac{4\mu}{\pi} \frac{Q}{R^3} \end{aligned}$$

حيث ان Q هو مقدار التفريغ خلال الانبوبة.

يمكن حساب انخفاض الضغط ΔP على طرفي التضيق بين المقطعين $z = \pm L/2$ من خلال اجراء التكامل للمعادلة (14) اي ان

$$\Delta P = \frac{8\mu Q}{\pi R_0^4} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-4} dz \quad (16)$$

حيث ان R/R_0 تعطى من خلال المعادلة (9). يمكن كتابة المعادلة (16) في الصورة التالية:

$$\frac{\Delta P}{Q} = \frac{8\mu}{\pi R_0^4} G_0$$

$$= \Lambda \quad (17)$$

حيث

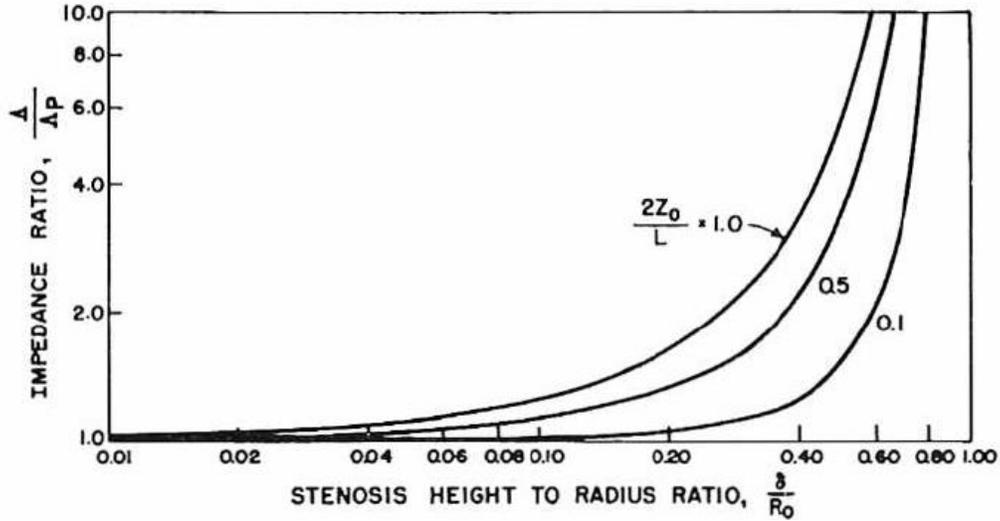
$$G_0 = \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-4} dz \quad (18)$$

وتعرف Λ على انها المعاوقة resistive impedance. لتدفق بازوييه الكلاسيكي classical Poiseuille بحيث ان $R = R_0$ فان $G_0 = L$ وبالتالي فان

$$\Lambda_P = \frac{8\mu L}{\pi R_0^4} \quad (19)$$

سوف نستخدم الرمز P للدلالة على تدفق بازوييه. النسبة بين المعاوقة في حالة وجود التضيق وبدونه هي

$$\frac{\Lambda}{\Lambda_P} = \frac{G_0}{L} \quad (20)$$



الشكل 3 تغير نسبة المعوقة مع حجم التضيق

يمكن كتابة التكامل G_0 على النحو التالي:

$$G_0 = L - 2Z_0 + \int_{-Z_0}^{Z_0} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-4} dz \quad (21)$$

التكامل الاخير في المعادلة (21) يأخذ الشكل التالي:

$$\int_{-Z_0}^{Z_0} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-4} dz = \int_{-Z_0}^{Z_0} \frac{dz}{\left(a - b \cos \frac{\pi z}{Z_0}\right)^4} \quad (22)$$

حيث

$$a = 1 - \frac{\delta}{2R_0}$$

$$b = \frac{\delta}{2R_0}$$

ويمكن اجراء التكامل من خلال نظرية الرواسب theory of residues. والمعادلة الناتجة لنسب المعوقة تكون على النحو التالي:

$$\frac{\Lambda}{\Lambda_P} = 1 - 2 \frac{Z_0}{L} + 2 \frac{Z_0}{L} \times \left\{ \frac{1}{b^4(\beta^2 - 1)^2} [1 - 12\gamma + 30\gamma^2 - 20\gamma^3] \right\} \quad (23)$$

حيث

$$\beta = \frac{a}{b}$$

و

$$\gamma = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}}{2\sqrt{\beta^2 - 1}}$$

يمكن تحديد المعاوقة الان كدالة في النسب $2Z_0/L$ و δ/R_0 . النتائج موضحة في الشكل 3. يبين المنحنى $2Z_0/L$ $= 1.0$ التأثير المباشر للتضييق على المقاومة. من الملاحظ انه لـ δ/R_0 تساوي 0.1 فان المعاوقة تزداد للأنبوبة ذات القطر الثابت بنسبة 25% تقريبا. اما المنحنى $2Z_0/L = 0.1$ يوضح الحقيقة انه إذا اعتبرت المقاومة على مقطع طويل من الشريان فان تأثير التضييق يكون صغيرا حتى الوصول إلى قيمة محددة وهي δ/R_0 . بعد هذه القيمة الحرجة لـ δ/R_0 فان وجود التضييق يصبح وبسرعة له تأثير كبير. كما يجب ان نوضح انه للتضييق المتوسط يكون التغير في الضغط الفعلي عند نقطة في الشريان بسبب التضييق لا يزال صغيرا بالمقارنة مع متوسط ضغط الشريان.

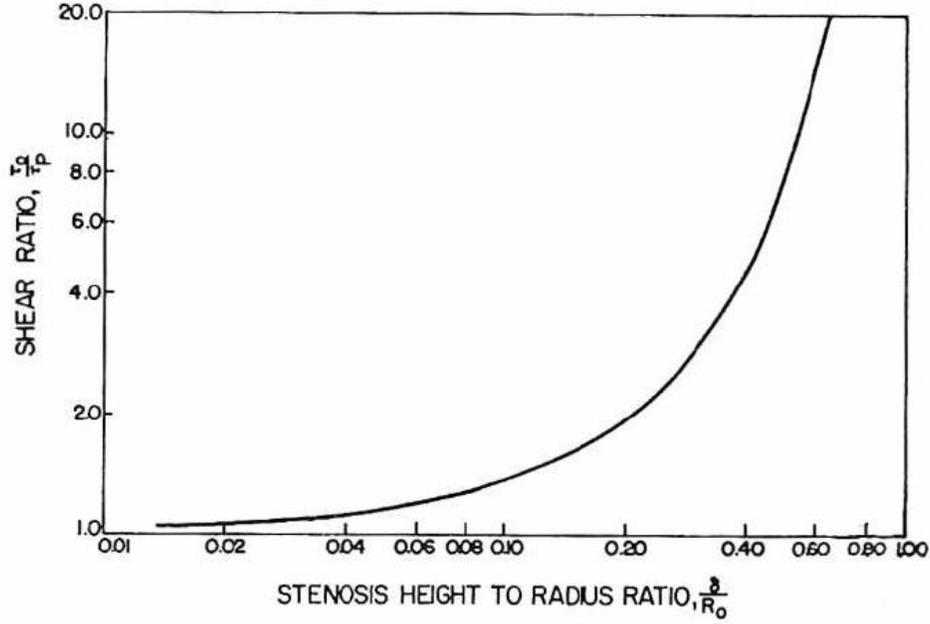
ينتج من المعادلة (15) ان النسبة للإجهاد عند جدران التضييق بالنسبة لتدفق بازوييه على النحو التالي:

$$\frac{\tau}{\tau_P} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3} \quad (24)$$

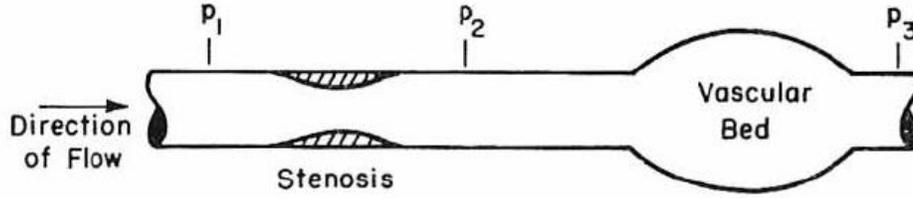
التغير في اجهاد الجدران عند نقطة في وسط التضييق τ_0 (والتي تمثل اقصى تغيير) تعطى من خلال المعادلة التالية:

$$\frac{\tau_0}{\tau_P} = \frac{1}{1 - 3\left(\frac{\delta}{R_0}\right) + 3\left(\frac{\delta}{R_0}\right)^2 - \left(\frac{\delta}{R_0}\right)^3} \quad (25)$$

التغير في نسبة الاجهاد مع δ/R_0 موضح في الشكل 4. من الواضح من هذا الشكل انه لأي معدل تدفق فان اجهاد الجدران يزداد بسرعة مع زيادة حجم التضييق. لمقدار $\delta/R_0 = 0.1$ ، فان اجهاد الجدار يكون تقريبا اعلى بنسبة 37% من الاجهاد العادي، ولمقدار $\delta/R_0 = 0.2$ فان الزيادة تصبح 95% تقريبا.



الشكل 4 تغير نسبة الاجهاد مع حجم التضيق



الشكل 5 مخطط توضيحي لتطور التضيق في الشريان

إذا كان النمو الخلوي أو التنظيم الذاتي حساساً للتغيرات في إجهاد الجدران فإن وجود حتى تضيق متوسط سوف يكون له تأثيراً كبيراً.

من المهم أن نعتبر التغيرات التي قد تحدث أثناء تطور تضيق متوسط. موضح في الشكل 5 مقطع مثالي من شريان دموي. يحتوي الشريان الدموي على تضيق ويعمل على تزويد الدم لوعاء دموي خاص وقد افترض أن انخفاض الضغط على طرفي الشريان والوعاء الدموي هو $p_1 - p_3$ ثابتاً. وعليه فإن مقدار الانخفاض الكلي في الضغط يعطي على النحو التالي:

$$\begin{aligned}
p_1 - p_3 &= p_1 - p_2 + p_2 - p_3 \\
&= (\Lambda_{12})Q + (\Lambda_{23})Q
\end{aligned} \tag{26}$$

حيث ان

$$\frac{p_1 - p_2}{Q} = \Lambda_{12} \tag{27}$$

و

$$\frac{p_2 - p_3}{Q} = \Lambda_{23} \tag{28}$$

تمثل المعوقة Λ_{23} المعاوقة الفعالة للوعاء الدموي. افترض ان

$$\Lambda_{23} = K(\Lambda_{12})_P$$

حيث ان $(\Lambda_{12})_P$ هي المعاوقة للشريان المزود للوعاء الدموي بالاعتماد على تدفق بازوييه (بدون وجود التضيق) و K ثابت. من المعروف ان انخفاض الضغط على طرفي الوعاء الدموي يكون كبيرا بالمقارنة مع انخفاض الضغط على الشريان لذلك تكون $K \gg 1$.

يمكن الان كتابة المعادلة (26) على النحو التالي:

$$\frac{(\Lambda_{12})_P Q}{p_1 - p_3} = \left[\frac{\Lambda_{12}}{(\Lambda_{12})_P} + K \right]^{-1} \tag{29}$$

يمثل الحد الاول بين القوسين نسبة المعاوقة للتضيق كما هو معطى في الشكل 3. لشرح الطريقة التي بها يكون التغير في التفريغ Q بالنسبة للزمن مع تطور التضيق سوف نعتبر مثال محدد. لنفترض تضيق محدد يكون فيه اعلى نسبة لارتفاع القطر δ_m/R_0 مساويا لـ 0.2 بحيث ان

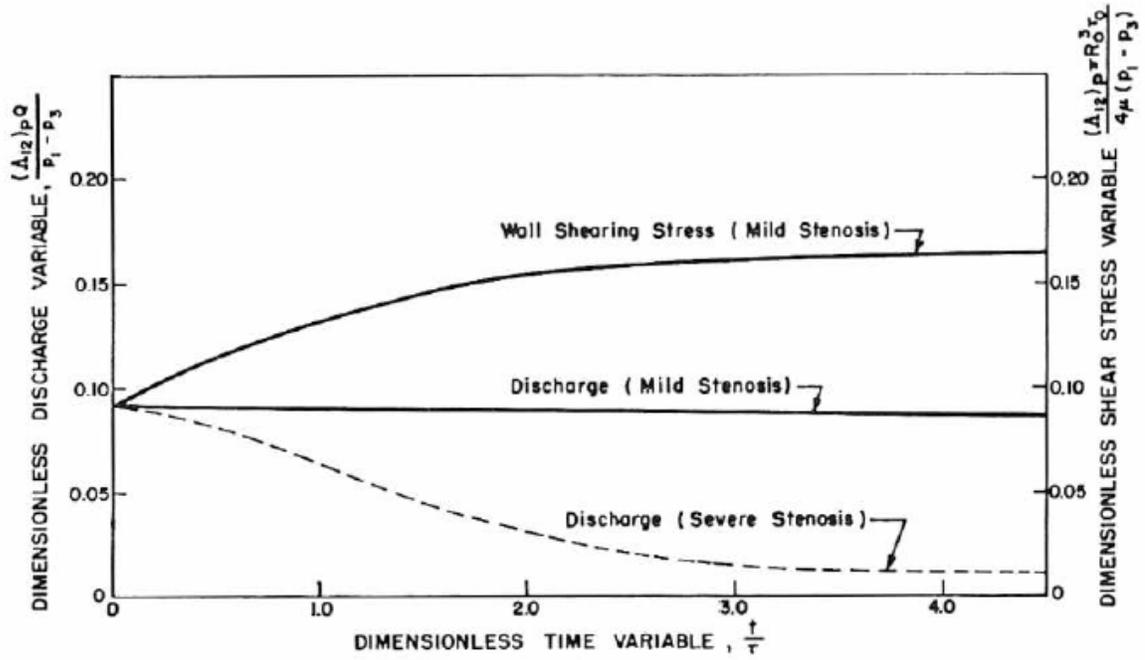
$$\frac{\delta}{R_0} = 0.2 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (30)$$

علاوة على ذلك نفترض ان $2Z_0/L = 1.0$ و $K = 10.0$. التغير في معامل التفريغ وهو الجزء الايسر من المعادلة (29)، يمكن الان رسمه كدالة في الزمن t/τ (الشكل 6). هذا يشرح التغير في Q كدالة في الزمن لنظام خاص حيث ان كل المعاملات الاخرى قد تم افتراضها انها ثابتة. نلاحظ هنا التغير الصغير والمتدرج في التفريغ مع الزمن. توضح هذه النتيجة ان تطور تضيق متوسط سوف يكون لها تأثير طفيف على معدل التدفق. يمكن اعتبار التغير مهمل بالكامل من خلال التنظيم الذاتي لمعاوقة الوعاء الدموي بحيث K تتغير لتحافظ على التفريغ ثابتا.

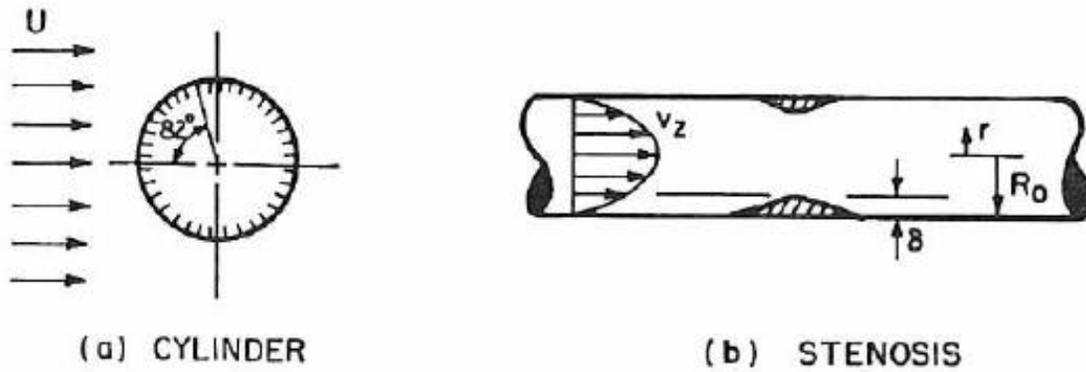
بالرغم من ان النتائج النظرية التي نوقشت في هذا الجزء متحققة فقط للتضيق المتوسط اي عند $\delta/R_0 \ll 1$ فان الشكل العام للتغير في نسبة المعاوقة موضح في الشكل 3 يكون متوقعا ان يكون مشابها للنسب الكبيرة ايضا. كما انه من المتوقع ايضا ان معاوقة الوعاء الدموي المتغيرة يمكن ان تعوض تغير المعاوقة الناتجة عن التضيق فقط لبعض القيم الحرجة لـ K . بعد هذه النقطة يبدأ التفريغ بالتأثر بشدة بتغير التضيق بحيث انه لتضيق أكبر يكون التغير في التفريغ مع الزمن ظاهرا كما هو موضح في الشكل 6. هذا الامر يجب ان يعتبر كنتيجة تقريبية لـ $\delta_m/R_0 = 0.8$. هذا التوجه العام قد تم ملاحظته عمليا ايضا [15, 16].

الصيغة الرياضية لأعلى قيمة لإجهاد الجدران في التضيق يمكن ان تكتب على النحو التالي:

$$\frac{\tau_0(\Lambda_{12})_P \pi R_0^2}{4\mu(p_1 - p_3)} = \left[\frac{\Lambda_{12}}{(\Lambda_{12})_P} + K \right]^{-1} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-3} \quad (31)$$



الشكل 6 تغير اجهاد الجدران والتفريغ مع الزمن



شكل 7 الرموز والمصطلحات المستخدمة لتشخيص ظاهرة الانفصال.

مقدار اجهاد shear بدون وحدات مقابل التغير في الزمن في الشكل 6 لحالة $\delta_m/R_0 = 0.2$ و $2Z_0/L = 1.0$ و $K = 10.0$. لقد لوحظ ان اجهاد shear يزداد بسرعة مع الزمن بالرغم من ان التفريغ يتناقص ببطء. لـ $t = 4.0$ فان اجهاد shear يزداد بنسبة 50% تقريبا بينما يتناقص التفريغ بنسبة 2% تقريبا.

توقع الانفصال Prediction of Separation

اعتمد التحليل الذي قمنا به في الجزء السابق على شرط وهو ان قوى اللزوجة أكبر بكثير من القوى القصورية. لتدفق مستقر يكون تأثير القصور ناتج عن حدود تسارع الحمل الحراري في معادلات نافير ستوكس -Navier Stokes equations. من الواضح انه مع زيادة حجم التضيق او زيادة عدد رينولد تزداد اهمية الحدود القصورية وبالتالي لا يمكن اهمالها. لسوء الحظ، إذا احتفظنا بهذه الحدود فان المعادلات الناتجة تكون غير خطية ولا يمكن حلها بسهولة. لا يوجد حلا لهذه المشكلة والتي تأخذ في الحسبان الحدود الغير خطية. هناك تأثيرين هامين ناتجين عن القوى القصورية وهما: (a) الضغط المنخفض عند المقاطع الضيقة في التضيق نتيجة لتأثير برنولي. (b) الانفصال. لقد اعتقد ان الانفصال من المحتمل ان يلعب دورا هاما في تطور التضيق. في منطقة الانفصال بالقرب من الجدران ينعكس اتجاه التدفق بالنسبة للتدفق الرئيسي، وبالتالي يؤدي إلى انعكاس كامل في اتجاه عمل اجهاد shearing على خلايا بطانة الشريان. اما بالنسبة للتدفق النبضي فانه من الممكن عند موضع محدد على امتداد الجدران ان يتغير الاجهاد مع الزمن ويتغير اتجاهه. اهمية هذه الظاهرة في العمليات الخلوية غير معروف لكن اهميتها يمكن تخيلها.

تقدير تقريبي لشروط التي يحدث عندها الانفصال يمكن الحصول عليها من التحليل المعطى بواسطة Goldstein [18]. من المعروف ان التدفق حول الجسم الصلب مثل انبوبة اسطوانية ذات طول لانهائي، فان شروط الانفصال محددة من خلال عدد رينولد Ua/v حيث U هي سرعة الوصول المنتظمة (الشكل 7a) و a هي الطول (سواء نصف القطر او قطر الاسطوانة) و v هي اللزوجة. لأعداد رينولد صغيرة تكون نقطة الانفصال بجوار نهاية نقطة الركود. مع زيادة عدد رينولد تتحرك نقطة الانفصال للأمام وتستقر عند 82 درجة تقريبا. مقاسة من الركود كما هو موضح في الشكل 7a. لأسطوانة في تدفق منتظم فان عدد رينولد الحرج للانفصال الابتدائي كما جاء في الحسابات من التحليل العددي [17] مساويا لـ 5 تقريبا حيث يكون الطول هنا هو نصف القطر. عند عدد رينولد يساوي 25 تظهر دوامات خلف الاسطوانة وتمتد مع التدفق لتشكّل أثر يشبه أثر قارب في الماء.

كما هو موضح في Goldstein فان سرعة البروزات تعطى من خلال المعادلة التالية:

$$v_{\delta} = 2U \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\delta}{R_0} \right)^2 \right\}$$

و

$$v_{\delta} \cong 4U \left(\frac{\delta}{R_0} \right) \quad (32)$$

لقيم δ/R_0 صغيرة. اعتمدت هذه النتيجة على الافتراضات التالية: (a) توزيع السرعة الذي يسبق العائق يكون له شكل قطع مكافئ و (b) السرعة الملائمة لتشخيص الانفصال هي سرعة اعلى المائع بعد العائق وعند قمته. يكون عدد رينولد هو

$$\begin{aligned} (R_e)_{\delta} &= \frac{\delta v_{\delta}}{\nu} \\ &= 4 \left(\frac{\delta}{R_0} \right)^2 \frac{UR_0}{\nu} \end{aligned} \quad (33)$$

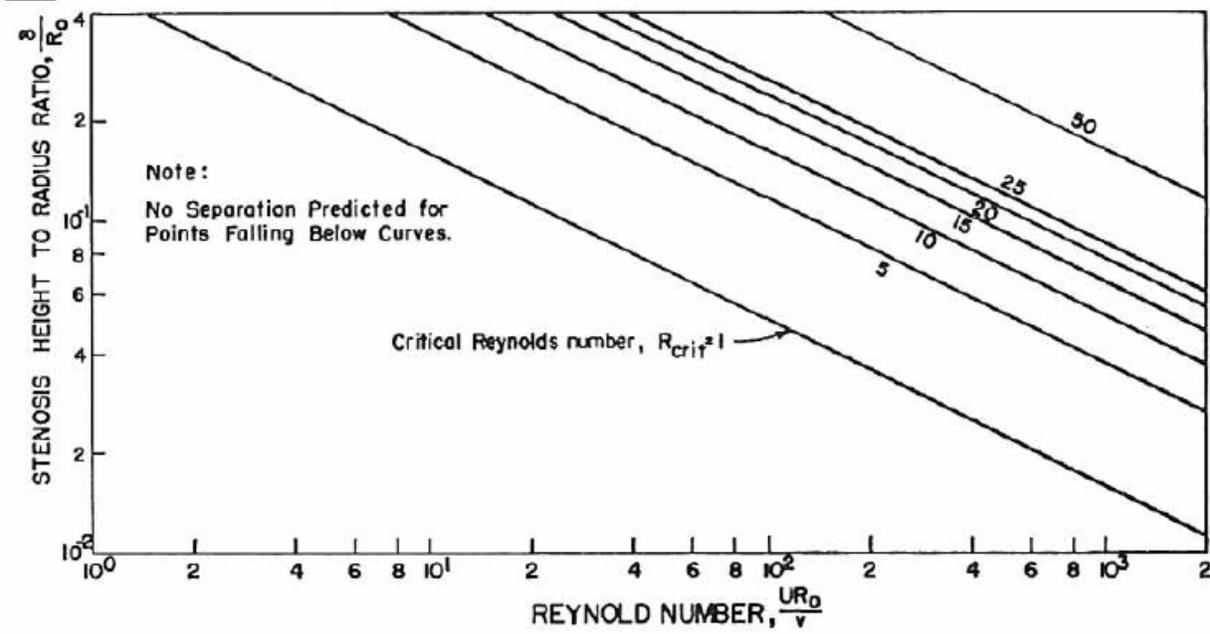
الان معروفًا. ولقد افترض انه عندما يصل عدد رينولد لقيمة حرجة R_{crit} فان الانفصال يحدث. لهذا فان شرط الانفصال هو

$$\frac{R_{crit}}{4} = \left(\frac{\delta}{R_0} \right)^2 R_e \quad (34)$$

قيمة R_{crit} يجب ان تحدد عمليا. كما هو موضح سابقا فان الانفصال الظاهري يبدأ تقريبا عند 5 لأسطوانة دائرية في تدفق منتظم. موضح في الشكل 8 الشروط الحدية لـ δ/R_0 و R_e لقيم مختلفة من R_{crit} . الطبيعة التقريبية لهذا التحليل يجب ان تعرف والقيم الناتجة من الشكل 8 يمكن ان تستخدم فقط كتقدير تقريبي لتوقع الانفصال. من الواضح من هذا الشكل انه حتى للتضييق المتوسط فان الانفصال قد يحدث عند عدد رينولد صغير نسبيا. على سبيل المثال لـ $\delta/R_0 = 0.1$ تكون قيمة عدد رينولد الحدية R_e هي 130 تقريبا وذلك بالاعتماد على ان $R_{crit} = 5$.

المناقشة والخلاصة Discussion and Summary

من الواضح ان تطور التضيق في الشريان يتسبب في الكثير من المشاكل الخطيرة وبصفة عامة فانه يعمل على تعطيل الوظيفة الاساسية لنظام الدورة الدموية. في هذا البحث سوف نعتبر جوانب معينة من ميكانيكا المائع للتدفق خلال تضيق له تماثل محوري.



الشكل 8 تغير عدد رينولد مع حجم التضيق

يعتبر التدفق من خلال انبوبة لها مساحة مقطع غير منتظمة مشكلة في غاية الصعوبة في مجال ميكانيكا الموائع حيث انها لم تحل حتى الان. كخطوة ابتدائية في تحليل مثل هذه المشكلة سوف نعتبر حل تقريبي معتمد على الزمن متحقق للتضيق المتوسط والذي يمتلك شكل هندسي محدد. وحيث اننا نعتبر التدفق في هذه الحالة شبه مستقر نظرا لإهمال تأثير عدم ثبات التدفق، ونمو التضيق لا يلعب دورا في تحليل ميكانيكا المائع. لكن يجب ملاحظة انه بالرغم من معدل النمو محدد بالمعامل τ ليس مهما لميكانيكا المائع لهذه المشكلة فان معدلات التغير في الضغط والاجهاد تلعب دورا هاما في بعض العمليات الخلوية. بصياغة هذه المشكلة بدلالة التضيق المعتمد على الزمن فإننا يمكن ان نقوم بحساب هذه المعدلات.

نعتبر بصفة متكررة في مجال دراسة ديناميكا الدم ان التدفق يكون مستقرا كما فعلنا في هذا البحث. وحيث ان التدفق في الواقع هو من النوع النبضي فان هذا يمثل تقريبا خطيرا قد يؤدي إلى نتائج خاطئة [19]. ان فرضية التدفق المستقر هي متحققة فقط عندما تكون نسبة القوى القصورية (الناجمة عن التدفق النبضي) بالنسبة لقوى اللزوجة صغيرة. معامل هذه النسبة عديم الوحدات وهو $R_0\sqrt{\omega/\nu}$ حيث ان ω تمثل تردد النبضات. من المتوقع انه اذا كانت $R_0\sqrt{\omega/\nu}$ تساوي الوحدة فانه يمكن التعامل مع التدفق على اساس انه شبه مستقر. ان هذا الشرط في العادة ما يكون متحققا فقط في الاوعية الدموية الصغيرة. لهذا وبالإضافة إلى الشروط الحدية على عدد رينولد وشكل التضيق المعطى سابقا فان هذا القيد الاضافي يجب ان يطبق حتى تكون النتائج المستنتجة هنا قابلة للتطبيق على تدفق الدم في الاوعية الدموية.

انه من الواضح ان هذا التوقع لخصائص التدفق في التضيق يكون معقدا والكثير من الافتراضات التي تبسط المعالجة الرياضية ضرورية للوصول لنموذج سهل التعامل معه. تمثل النتائج الموضحة في هذا البحث خطوة اولية في تحليل هذا الموضوع الشيق.