4 تذبذبات البلازما

بدأت قصة تذبذبات البلازما بعد اكتشافات العالم لانجمير (Langmuir) في تجاربه على بخار الزئبق في أبنوبة تفريغ كهربي. حيث لاحظ في العديد من الظروف، وجود عدد كبير من الالكترونات ذات سرعات كبيرة، وبجهد مكافئ اكبر من الجهد الكلي على طرفي أنبوبة التفريغ. كما ان هناك عدد كبير من الالكترونات بطاقات حركة اقل من متوسط الطاقة الحركية، اذا المجموعة ككل لم تكتسب طاقة إضافية، ولكن تم إعادة توزيع للطاقة. ان هذه الطريقة للانتقال السريع للطاقة بين الالكترونات اقترحت بناء على تشتت الالكترونات الناتج عن التغير السريع في المجالات الالكترونية. حصل العالم Dittmer على دليل واضح يؤكد ذلك الاقتراح وحصل أيضا العالم Penning على ان مثل هذه التغيرات هي اهتزازات بترددات الراديو عند ضغط منخفض لغاز الزئبق والأرجون في أنابيب التفريغ الكهربي. وأخيرا العالم Tonks وLangmuir جاءوا بنظرية بسيطة وملاحظات عملية لهذه الاهتزازات.

لنعد الآن إلى موضوعنا الأساسي، سوف نركز على نوعين أساسيين من التفاعلات وهي شعاع الالكترونات والبلازما والتفاعل الأخر هو الإشعاع مع البلازما. عندما يسقط إشعاع تردده ω على البلازما، فان ثلاثة أنماط اهتزازية ممكن ان تتكون. اثنين منها عرضي والأخر طولي. سوف نفترض ان الالكترونات حرة الحركة وحركة الايونات مهملة أي ان الالكترونات مغمورة في بحر من الايونات الغير قابلة للحركة.

1.4 اهتزازات إلكترون البلازما

اذا أزيحت طبقة من الالكترونات مسافة ξ في اتجاه x، وعليه فان التغير في كثافة الالكترونات تعطى بالعلاقة $\delta n = n\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{dx}}$

الشحنة الصافية في الأساس تساوي صفر، ولذلك بعد الإزاحة، فان معادلة بوزون Poisson تعطى بـ

$$\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}} = 4\pi e\delta n$$

وبالتعويض عن δn نحصل على

$$\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}} = 4\pi ne\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{dx}}$$

بالتكامل، نحصل على المجال الكهربي $E = 4\pi ne\xi$

وعليه، القوة الاسترجاعية المؤثرة على الالكترونات تكون على النحو التالي:

$$m_e\xi'' = -4\pi ne^2\xi$$

هذه المعادلة هي معادلة حركة توافقية بسيطة. تردد الحركة الاهتزازية هو

$$\nu_e = \sqrt{\frac{\mathrm{ne}^2}{\pi \mathrm{m_e}}} = 8980\sqrt{n}$$

وعليه، فان إزاحة طبقة الالكترونات تؤدي إلى بدء تكون ظاهرة التراكم أو التجمع في البلازما، نتيجة لاهتزازات الشحنة المزاحة. هذه الاهتزازات تكون في اتجاه متجه الانتشار، وعليه فان المجال الكهربي أيضا موجه في نفس الاتجاه. كذلك لاحظ ان 0 = dω/dk وعليه فان هذه الأمواج لا تنتقل، والطاقة أيضا لا تنتقل.

2.4 تذبذبات ايون البلازما

القوى الكهربية بنفس المقدار تؤثر على الايونات، ولكن وزن الايونات اكبر بنحو 2000 مرة من وزن الالكترونات، ولهذا فإنها تواجه تعجيل اقل. في حالة اهتزازات الايون، فان تردد القطع اقل بحوالي 100 مرة ويساوي $\upsilon_e \approx 9x10^8$ في حين ان $n_{up} \approx 1.5x10^6$

وترددات الايون تسلك نفس سلوك أمواج الصوت.

اذا عرفنا السرعة الحرارية للإلكترون على ان تكون $v_e \equiv (kT/m_e)^{1/2}$، فان $\omega_p \equiv v_e/\lambda_D$. وعليه فان الالكترونات الحرارية تنتقل مسافة ديباي Debye length في الدورة الزمنية للبلازما. وكما ان طول ديباي دالة في الطول الكهروستاتيكي، فان الدورة الزمنية للبلازما تلعب دورا في الزمن الكهروستاتيكي.

عندما يصدر إشعاع من نظائر مشعة متأينة فان الذرة والالكترونات تنبعث من هذه الذرات، ترتبط الالكترونات على الفور بذرات موجبة الشحنة. وبنفس مقدار إعادة ارتباط الشحنة يحدث الاتزان وتتولد تذبذبات كهرومغناطيسية. هذه الظاهرة تعرف باسم تذبذب البلازما plasma oscillation. تفصل الجسيمات المشعة الإلكترون والايون الموجب مرة أخرى بعد مرور زمن محدد، وتستمر هذه الدورة. وتتكرر

وعندما تتواجد كمية كبيرة من الايونات ذات شحنة معاكسة في حيز صغير من الفراغ، يتجمع الإشعاع الناتج عن إعادة الارتباط لدرجة كبيرة، ويعطى تردد ثابت عريض النطاق. هذه الظاهرة تسود دائما حول الكثير من النجوم في مجرتنا وتتمركز حول السديم nebulas والعناقيد النجمية star cluster. وفي الحقيقة، هذا مصدر قديم للطاقة. وكل ما يجب ان نفعله هو ان نربط معداتنا بعجلة تروس الطبيعة.

ما قد أكون كشفته لك هو السر النهائي الذي يتمثل في الروتين الطبيعي للكون. إعادة الارتباط الأيوني لاضمحلال مكونات النظائر المشعة سوف تنتج نبضة قوية من الطاقة الكهرومغناطيسية.

وبصفة عامة الطول الموجي المتولد يكون في مدى الأشعة تحت الحمراء الحرارية. ولكن، الأطوال الموجية المتولدة من الممكن ان تكون واضحا في مدى تردد الراديو أو المدى البعيد لأشعة جاما

تحت الشروط المناسبة يمكن للجسيمات المشعة ان تولد نبضة قوة من الطاقة في مدى تردد الراديو. وبالتوليف والتوافق مع هذه الطاقة باستخدام دائرة رنين فإنها سوف تتناغم معها وسوف تحصل على مصدر طاقة كهربية.

اذا كان إعادة الارتباط الأيوني يحدث في مدى طيف أشعة جاما فإننا يمكن ان نسرع اضمحلال المواد النووية.

وحسب معرفتي فانه لا احد أبدا قام باستخلاص الطاقة من طاقة النظائر المشعة باستخدام الطريقة التي شرحتها للتو، ما عدا العالم T.H Moray. ولا حتى أي براءة اختراع قريبة أو مشابهة لهذا الموضوع. علم الفلك الراديو يخبرنا عن تذبذبات البلازما ولكن تحويل هذه التذبذبات إلى طاقة كهربية أو تسريع معدل اضمحلال المواد النووية لم يطبق أبدا.

الكثير من النظائر المشعة يمكن ان تستخدم لتوليد طاقة كهرومغناطيسية. ولكن، كما وقد سبق ان وضحت في محاضراتي ان العنصر المشع البولونيوم polonium يعطي كثافة طاقة هائلة ولهذا يمكن ان تكون الأكثر ملائمة من الناحية الاقتصادية. كما ان غاز التريتيوم Tritium يمكن ان يستخدم ولكن يعطي مستويات طاقة اقل، وعليه فان هذا الغاز المشع غير مناسب عملياً. وبالرجوع إلى براءة الاختراع الأمريكي U.S. Pat No. 2,728,867 فان الطاقة النووية المتوفرة تجاريا في شكل قضيب من الوقود النووي تعطي حوالي 20 وات من الطاقة لكل جرام. وهذا يعادل سبع مرات الطاقة التي المتوفر في اليورانيوم!

عنصر البولونيوم صنع ليولد نبضات من الطاقة العالية بتردد الراديو وتسمى بمصدر الطاقة الحرارية الراديوية thermal radio energy source. توجد في Perreault-valve أو في capture capacitor، ويمكنك ان تسميها كما شئت ولكن هي طاقة متولدة يمكن ان تتحول مباشرة إلى طاقة كهربية.

3.3.19 تذبذبات البلازما وتردد البلازما

في كل الظواهر الديناميكية التي تحدث في البلازما، ربما يكون الأكثر أهمية هو الاهتزازات النسبية لالكترونات وبروتونات البلازما. والتمثيل الأبسط لاهتزازات البلازما موضح في الشكل 2.19. افترض في هذا الأثناء ان البروتونات مثبتة والالكترونات أزيحت إلى الجانب الأيمن (أي في اتجاه x) بالنسبة للبروتونات بمقدار ξ، وهذا ينتج شحنة سالبة كلية لكل وحدة مساحة يساوي $-e\bar{n}\xi$ على الطرف الأيمن للبلازما، وشحنة كلية موجبة $+e\bar{n}\xi$ على الطرف الأيسر، والمجال الكهربي يكون $E = e\bar{n}\xi/\epsilon_0$ في اتجاه محور x عبر البلازما. يسحب المجال الكهربي الكترونات البلازما والبروتونات، ويعطي الالكترونات تعجيل مقداره $d^2\xi/dt^2 = -eE/m_e$ ويكون تعجيل البروتونات اقل بـ $m_e/m_p = 1/1860$، والذي سوف نهمله. وتكون النتيجة معادلة الحركة للالكترونات المتراكمة والمزاحة:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{e}{m_e}E = -\frac{e^2\bar{n}}{\epsilon_0 m_e}\xi \; . \qquad (19.12)$$

حيث المعادلة (12.19) هي معادلة حركة توافقية بسيطة، واهتزاز الالكترونات جيبية على النحول التالي:

$$\zeta=\zeta_o \cos(\omega_p t)$$

عند تردد بلازما يعطى على النحو التالي:

$$\boxed{\omega_p \equiv \left(\frac{\bar{n}e^2}{\epsilon_0 m_e}\right)^{1/2} = 56.4\left(\frac{\bar{n}}{1\,\mathrm{m}^{-3}}\right)^{1/2}\mathrm{s}^{-1}\; .} \qquad (19.13)$$

لاحظ ان تردد البلازما يعتمد فقط على كثافة البلازما $\bar{n}$ وليس على درجة الحرارة أو على شدة المجال المغناطيسي الذي من الممكن ان يكون موجوداً. لاحظ أيضا إننا لو عرفنا سرعة الإلكترون الحرارية بـ $v_e \equiv (k_B T_e/m_e)^{1/2}$، فان $\omega_p \equiv v_e/\lambda_D$. بمعنى أخر الالكترونات الحرارية تنتقل مسافة ديباي في الفترة الزمنية للبلازما. وحيث أن دالة طول ديباي تعتمد على طول الارتباط الكهروستاتيكي، فان الفترة الزمنية للبلازما تلعب دورا أساسيا في زمن الارتباط الكهروستاتيكي.

القيم الخاصة بتردد البلازما في ظروف مختلفة موضحة في الجدول 1.19.

مقدمة لديناميكا المائع المغناطيسي (المجنيتوهيدروديناميك)

ديناميكا المائع المغناطيسي (سنطلق عليها MHD) وهي اختصار لـ MagnetoHydroDynamics والتي تصف البلازما على مقياس كبير وبصفة عامة تستخدم أيضا لوصف الموائع الموصلة للكهرباء. هذا الوصف لا يفرق بين الموائع المختلفة في الوسط. في المختبر، يمكن استخدامه لوصف أجهزة توليد البلازما، على سبيل المثال المفاعل النووي الحلقي مثل التوكاماك. وفي الفيزياء الفلكية تلعب MHD دورا أساسيا في وصف الأجسام الكونية والوسط المحيط بها.وبعض من هذه سوف نقوم بشرحه في هذه المحاضرة مثل تأ ُثير الشد، والتحديد والانتشار المغناطيسي وتجمد المجال المغناطيسي وأمواج الفين والأمواج المغناطيسية الصوتية وإعادة الاتصال. ولكن تأثير الدينامو لن نقوم بشرحه في هذه المحاضرة المختصرة.

1 ما هي الـ MHD؟

تصف ديناميكا المائع المغناطيسي MHD ديناميكية التوصيل الكهربائي للأوساط المتصلة حيث تلعب قوة لورنتز أساسيا تحت هذه الشروط:

- التعادل الكهربائي موضعي
- الديناميكية للمائع المفرد
- تخضع لقانون اوم.

هذه لم يتم ملاحظتها في البلازما، ولكن الشروط أعلاه يمكن ملاحظتها اذا قمنا بعمل تقريب جيد في البلازما المتصادمة على مقياس اكبر بكثير من متوسط المسار الحر mean free path. هذه الشروط لا تلاحظ بوضوح في حالة البلازما الساخنة ومن المفيد ان ننظر إلى حالة تعتمد على المعاملات المرجعية الأساسية: مثل شدة المجال المغناطيسي B_0، ومقياس التغيرات l_0 وكثافة كتلة البلازما ρ_0. ومن بعد ذلك يمكن ان نعرف كثافة التيار (سوف نستخدم نظام الوحدات العالمية):

$$J_0 = \frac{B_0}{\mu_0 \ell_0} \qquad (1)$$

وكثافة قوة لورنتز النموذجية هي:

$$\frac{B_0^2}{\mu_0 \ell_0} \ . \qquad (2)$$

وزمن الفين τ_A وسرعة الفين V_A تميز الديناميكا. وفي الحقيق عناصر المائع تعجل بواسطة قوة لورنتز على النحو التالي:

$$\rho_0 \frac{\ell_0}{\tau_A^2} \sim \frac{B_0^2}{\mu_0 \ell_0} \ ,$$

وعليه يمكن ان نعرف

$$V_A \equiv \frac{\ell_0}{\tau_A} \equiv \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \qquad (3)$$

وتتحقق MHD الغير نسبية طالما ان سرعة الفين اقل بكثير من سرعة الضوء وعليه فان تيار الإزاحة يمكن ان يهمل في معادلة ماكسويل-أمبير (تقريب المغناطيسية الساكنة).

انه من المعروف في فيزياء البلازما ان التعادل المحلي يتحقق تقريبا عندما تكون الحركة بطيئة بالمقارنة مع السرعة الحرارية للإلكترون وتتطور على مقياس كبير بالمقارنة بطول ديباي. وفي الواقع تحت هذه الشروط فان مائع الإلكترون يكون في حالة شبه اتزان بولتزمان ويحجب شحنة

الايون، بحيث ان هذا يحيد عن حالة التعادل المحلي بمقدار λ_D^2/ℓ_0^2 ، حيث λ_D هي طول ديباي. وعلى كل الأحوال سوف نناقش هذه النقطة بالتفصيل لاحقا.

وصف MHD (انظر الكتب للمؤلف Parker (1) والمؤلف Priest (8)، والمؤلفين Goedbloed و Poedts (5)) صممت بحيث تفي بوصف الحركة الكونية للوسط عند سرعات اقل بكثير من سرعة الجسيمات التابعة لتعدادات اخف من المكونات الداخلية، وبمعنى أخر الحركة تقارن بحركة التعدادات الثقيلة (الايونات في وسط ضعيف التأين، ومتعادل اذا حدث ازدواج بالتصادمات)، والتعدادات الخفيفة (الالكترونات والايونات الخفيفة)، التي لها حركات ميكروسكوبية عالية، في حالة شبه اتزان، والقوة الداخلية مهملة إحصائيا. في الوسط المتصادم، فانه يكون كافيا اذا كان زمن الفين أطول من زمن أطول التصادمات ليحقق حالة الحركة المفردة. هذه الكميات فرضت ان المقياس l_0 اكبر من متوسط المسار الحر. وعلى هذه المقاييس، فان كل أنواع الجسيمات تكون في حالة تصادمات قوية وتتحرك كمائع مفرد. وفي البلازما ذات التصادمات الضعيفة فان الزمن الميكروسكوبي أبطء في زمن السيكلترون لأثقل الجسيمات. ووصف MHD يتطلب ان هذه الحركات المفردة ان تكون سلسة وهذا يتطلب ان يكون $\omega_{ci}\tau_A \ll 1$ أو $\ell_0 \gg r_0 \equiv \frac{V_A}{\omega_{ci}}$. الطول r_0 هو احد أنواع نصف قطر لارمور للايون وشرط تحقق MHD يمكن ان نراه كشرط للايون ليكون متمغنط عند مقياس كبير. وهذا يمكن ان يوصف أيضا بطول القصور الذاتي للايونات حيث ان $r_0 = \delta_i = c/\omega_{pi}$ (ω_{pi} هي نبضة ايونات البلازما)، وعلى مقياس اصغر من δ_i فان مائع الايون يتجه إلى التجمد. تقريب MHD موضع شك بسبب وجود التيار الكهربي والذي يؤدي إلى حركة الالكترونات والايونات بسرعات مختلفة. وفرق السرعات المطلوب يمكن ان يحسب، بافتراض حالة الكهربية المتعادلة على النحول التالي:

$$\frac{|u_e - u_i|}{V_A} \sim \frac{J_0}{n_e q_e} V_A \sim \frac{B_0\sqrt{\mu_0 n_i m_i}}{\mu_0 \ell_0 n_e q_e B_0} \sim \frac{c}{\omega_{pi}\ell_0} \sim \frac{r_0}{\ell_0} \,. \qquad (4)$$

وكما هو موضح في الكثير من المرات، ان الحجم r_0 يعرف المقياس الذي يكون فيه وصف MHD متحقق.

4 MHD المثالية

تم إدخال عدد رينولود Reynolds المغناطيسي R_m لقياس الأهمية النسبية لتأثير المقاومة المتبددة في قانون اوم. وبمقارنة $u \times B$ بـ hJ، فان النسبة للكميات المقابلة تعرف بعدد رينولدز المغناطيسي:

$$\mathcal{R}_m \equiv \frac{u_0 \ell_0}{\eta/\mu_0} \,. \tag{25}$$

عندما يكون هذا العدد كبيرا، فان حد المقاومة المتبددة يمكن إهماله عند التقريب الأول. إضافة إلى ذلك فانه اذا كان عدد رينولدز اللزج كبيرا أيضا، فانه يمكن وصفه بديناميكيا لا تشمل تأثير التبدد، وهذا ما يعرف باسم الـ MHD المثالية. وبصفة عامة، توجد بعض المناطق في الفراغ الفيزيائي حيث تكون هذه التقريبات غير متحققة.

في الـ MHD المثالية، المجال الكهربي يكون عموديا على u و B وله فقط حكم تعويضي بالنسبة لحركة المائع في الاتجاه العرضي على المجال المغناطيسي، وهذا يكافئ حالة الحركة المستعرضة في الانجراف العام لكل مركبات المائع عند سرعة $E \times B/B^2$.

في الـ MHD القياسية، فان المركبة الموازية للمجال الكهربي يمكن ان تظهر فقط اذا كانت المقاومية غير مهملة. ولكن في حالة MHD المثالية في صورة أكثر عمومية أي عندما نأخذ في الحسبان مشاركة الضغط الالكتروني في قانون اوم العام، فان مركبة المجال الكهربي $E_\|$ تتطور حتى تعوض الزيادة في الضغط الالكتروني على امتداد خطوط المجال، والذي يكون له تأثير من الدرجة r0/l0، كما شاهدنا ذلك من قبل. هذه التعديلات مهمة عندما تكون التصحيحات الحركية مطلوبة مثل تأثير لانداو Landau. هذه التصحيحات على مقياس صغير ولكنها غالبا ما تقوم بعمل تصحيح لحالة الإثارة أو لأمواج MHD المخمدة.

العلاقة بين المجال المغناطيسي المنتشر وشرط التجمد

عندما يكون عدد رينولدز المغناطيسي ضعيف، تكون المقاومية ذات تأثير مهم وخطوط المجال المغناطيسي تنتشر عبر البلازما. وهذا يعمل على التخلص من المجال الكهربي بين قانون ماكسويل فارادي $(\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} + \text{rot}\, \boldsymbol{E} = 0)$ وقانون اوم، ونحصل على معادلة التطور التالية (تعرف باسم معادلة الحث induction equation):

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \text{rot}(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{B}) - \text{rot}(\nu_m \text{rot} \boldsymbol{B}) \; . \qquad (26)$$

عندما تكون R_m ضعيفة بما فيه الكفاية والمقاومية منتظمة، فان المعادلة تصبح مختصرة في معادلة الانتشار diffusion equation:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nu_m \Delta B \; . \qquad (27)$$

ولهذا فان المجال يتجه إلى ان يصبح متجانس في البلازما، بسبب تشتت التيار الكهربي، و $\nu_m = \eta/\mu_0$ تقابل معامل الانتشار، والتي تعرف باسم الانتشار المغناطيسي.

في حالة الـ MHD المثالية فان تطور المجال المغناطيسي يرتبط أساسيا بالحركات في المادة لان المجال يكون متجمد في تدفق البلازما. والتجمد هي ظاهرة تنتج عن نظريتين هامتين وضعهما العالم الفين.

النظرية الأولى: في حالة الـ MHD المثالية، تكون خطوط المجال المغناطيسي وبتحديد أدق يكون B/r متنقلة بواسطة التدفق: وهذا التحول ينتج بواسطة خرائط التدفق للمجال B/r ويترتب عند زمن t_0 مع المجال B/r وكذلك عن زمن t.

ماذا نعني بهذه العبارة "متجه المجال متنقل بواسطة التدفق"؟

التدفق يولد خريطة لـ $\phi_{t't}$ للفضاء الفيزيائي على نفسه والذي يرتبط باي نقطة M(x) عند كل زمن t مع النقطة M'(x') عند زمن $t':x'=\phi_{t't}(x)$. والخريطة التفاضلية تحدد بتكامل مشتقة النظام $\dot{y}_i = u_i(y,\tau)$ من خلال الشرط $y(t) = x$ ، الذي يعطي مساقط لاجرانج. اعتبر ان متجه المجال V(x,t). ففي احد الجوانب على M' عند زمن t'، وجد احد العلماء ان V(x',t')

تعرف على إنها متجه المجال. وفي الجانب الأخر، يمكن ان نعتمد على M’ عند زمن t’، ومتجه V(x’,t’) لنحصل على تدفق الانتقال خلال الطريقة التالية. على كل نقطة M عند t,V يتولد اتجاه على امتداد يمكن ان نعرفه بالإزاحات المتناهية في الصغر *dl*=εV. ومخطط هذه الإزاحات الغيرة بواسطة التدفق على M’ عند t’ يكون في صورة إزاحات صغيرة ***dl’*** بحيث ان

$$dl'^i = a^i_j(t',t)dl^j \text{ with } a^i_j(t',t) = \frac{\partial x'^i}{\partial x^j} \,. \qquad (28)$$

ولـ $t' = t + \delta t$، هذه مصفوفة جاكوبيان ومن الممكن ان نفكها لرتبة الاولى على النحو التالي:

$$a^i_j = \delta^i_j + \delta t \frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \mathcal{O}(\delta t^2) \,. \qquad (29)$$

هذا التحول $\phi^*_{t',t}$ يسمح بالاعتماد على المجال المنتقل من خلال التدفق المعرف بـ $V' = \varepsilon dl'$ و $V'^i = a(t',t)^i_j V^j$.

اذا تزامن V و V’ على كل نقطة عند كل زمن، فانه يمكن القول ان متجه المجال ينتقل بواسطة التدفق. وبصفة عامة يمكن ان نقدر الانحراف بين هذين المجالين بواسطة عملية الانحراف الخاص على النحو التالي:

$$\lim_{\delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{V}(\phi_{t',t}(x), t') - \phi^*_{t't}\boldsymbol{V}(x,t)}{\delta t} = \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \mathcal{L}_{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{V} \,, \qquad (30)$$

حيث ان الحد الثاني يعرف على انه مشتقة لاي Lie لمتجه المجال V بالنسبة لتدفق المجال *u*:

$$\mathcal{L}_{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{V} \equiv \lim_{\delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{V}(\phi_{t',t}(x), t) - \phi^*_{t',t}\boldsymbol{V}(x,t)}{\delta t} \qquad (31)$$

وبمعرفة مفكوك $\phi^*_{t',t}$ للرتبة الأولى و

$$V^i(\phi_{t',t}(x),t) = V^i(x,t) + \delta t\, u^j \frac{\partial V^i}{\partial x^j} + \mathcal{O}(\delta t^2)\ , \qquad (32)$$

نحصل على معادلة لمشتقة لاي لمتجه المجال على النحو التالي:

$$\mathcal{L}_{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{V}\ |^i = u^j \frac{\partial V^i}{\partial x^j} - \frac{\partial u^i}{\partial x^j} V^j \qquad (33)$$

هذا الاشتقاق لمتجه المجال يمكن ان يكتب على النحو $[u,V]$، وقوس لاي هو ثنائي غير تجميعي يحقق قاعدة Leibnitz وبتماثل جاكوب، وهذه المعالجة غنية بالخواص الجبيرة وتساعد في حساب MHD.

المجال المنتقل بواسطة التدفق يمكن ان يميز بالمعادلات التالية:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + [u,V] = 0\ .$$

في MHD المثالية B/ρ عبارة عن مجال متجه منتقل بالتدفق و باستمرار تكون خطوط المجال ثابتة خلال الانتقالات المتولدة بالتدفق. وفي الواقع معادلة الحث مع معادلة $\rho\, \mathrm{div}\, \boldsymbol{u} = -D\rho/Dt$ تؤدي إلى المعادلة التالية بعد ان قمنا بإيجاد $\mathrm{rot}(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{B})$

$$\frac{\partial}{\partial t}B + \boldsymbol{u} \cdot \nabla B - \frac{D\rho}{\rho Dt} B = B \cdot \nabla \boldsymbol{u}\ . \qquad (35)$$

وفي النهاية نحصل على

$$\frac{D}{Dt}\frac{B}{\rho}=\frac{B}{\rho}\cdot\nabla u \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial t}\frac{B}{\rho}+[u,\frac{B}{\rho}]=0\,. \qquad (36)$$

أي نوع من الأسطح المغناطيسية يمكن ان تتولد بقوة. مثل هذا القيد له علاقة فقط اذا كان هناك بعض التماثل. على سبيل المثال، في حالة التدفق المتماثل المحوري، يمكن ان نعرف الأسطح المغناطيسية من خلال الدوران حول المحور؟، كل سطح يعرف بقيمة الفيض المغناطيسي المار عبر قرص أفقي نصف قطره r ومتمركز على محور عند نقط الإحداثيات z. في الـ MHD المثالية، فان ما يميز هذه الأسطح المغناطيسية هو إنها محفوظة بواسطة التدفق. على سبيل المثال اذا كان عند زمن t_0 يكون السطح كروي أو حلقي أو حلقي ولكن بالكثير من الحفر، ويبقى على هذا النحو لأي وقت أخر. ولكن في الطبيعة أو في مختبر التجارب، التغيرات الطبولوجية يمكن ملاحظتها: ويمكن التعامل مع الأسطح المغناطيسية والانتقال بينهما. معاجلة المواقع تتضمن دراسة الديناميكية التي تحكم بواسطة MHD المثالية، وهو عبارة عن مواقع إعادة الاتصال لخطوط المجال. وظاهرة الاتصال في الغالب تبدأ بانتزاع الاستقرار.

النظرية الثانية: الـ MHD المثالية، الفيض المغناطيسي عبر السطح يعين بحلقة الكنتور المغلقة والتي تكون ثابتة عندما يكون يحدث تشويه في الكنتور بسبب تحولات التدفق.

في الحقيقة، خلال الفترة الزمنية δt يكون الكنتور γ متحول إلى γ' عند كل نقطة في مخطط γ إلى γ' والتي تحدد بواسطة $\phi_{t',t},\ x'^i = x^i + u^i\delta t + \mathcal{O}(\delta t^2)$.

$$\Phi' = \oint_{\gamma'} A' \cdot dl' \qquad (37)$$

التغيرات الطفيفة $\Phi' - \Phi$ تساوي الفرق بين التغيرات في $\delta\Phi_1$ الناتج عن تعديل المجال والفيض الخارجي $\delta\Phi_2$ عبر الحزم المتولدة بالانزياح:

$$\delta\Phi_1 = \delta t \oint_\gamma \frac{\partial A}{\partial t} \cdot dl \ , \tag{38}$$

$$\delta\Phi_2 = \oint_\gamma B \cdot (dl \times u\delta t) = \delta t \oint_\gamma (u \times B) \cdot dl \ . \tag{39}$$

والآن يمكن كتابة التغير في $\delta\Phi_1$ بإدخال قانون أوم المثالي:

$$\delta\Phi_1 = -\delta t \oint_\gamma E \cdot dl = \delta t \oint_\gamma (u \times B) \cdot dl \ . \tag{40}$$

الفرق $\delta\Phi_1 - \delta\Phi_2 = 0$ وكذلك فان $\Phi' = \Phi$.

تمت الترجمة في

المركز العلمي للترجمة

www.trgma.com

2009-6-8