



Dynamic Light Scattering

Experiment DLS

University of Florida | Department of Physics
PHY4803L | Advanced Physics Laboratory

ديناميكا التشتت الضوئي

تجربة حول ديناميكا التشتت الضوئي

جامعة فلوريدا | قسم الفيزياء

PHY4803L | مختبر الفيزياء المتقدم



هدف

عندما يسقط شعاع ليزر الهليوم نيون على عينة مكونة من كريات دقيقة الحجم (تقاس بالميكرون) ومعلقة في الماء فان الشعاع يتشتت بشكل عشوائي مكونا بقعا ضوئية بأحجام وأشكال وشدة إضاءة مختلفة. هذه البقع الضوئية المتشتتة والتي نسميها أنماط التشتت أو نماذج التشتت تنتج من التراكبات المترامنة للأمواج الخارجة بعد أن تشتتت عن الكريات الماكروية. وحيث إن هذه الكريات في حالة حركة براونية ثابتة، فان أنماط التشتت تتغير مع الزمن. ولقد تم قياس شدة الضوء لأنماط التشتت ذات التغيرات العشوائية باستخدام كاشف ضوئي photodetector وتم تحليل هذه القياسات. كما تم حساب دالة الترابط التلقائي للإشارة (signal's autocorrelation function) والتوزيع الطيفي للطاقة (power spectrum) واستخدمت النتائج للتحقق من الحركة البراونية وقياس قطر الكريات الميكروية.

References

1. Clark, Lancek, and Benedek *A Study of Brownian Motion Using Light Scattering*, Amer. J. of Phys. 38, 575 (1970).
2. Daniel T. Gillespie *The mathematics of Brownian motion and Johnson noise*, Amer. J. of Phys. 64 225 (1996).
3. Daniel T. Gillespie *Fluctuation and dissipation in Brownian motion*, Amer. J. of Phys. 61 1077 (1993).



دمة

تزدنا تجارب التشتت بالكثير من المعلومات المفصلة حول الخواص الديناميكية للمادة وطبيعة تركيبها. فديناميكية التشتت الضوئي، بشكل خاص، لها تطبيقات مهمة في الجسيمات الدقيقة والجزئيات الماكروية وهذا يجلب لنا موضوع هام في الفيزياء هو: الحركة البراونية. وسوف نبدأ بشرح مختصر للحركة البراونية وديناميكية تشتت الضوء قبل أن نقوم بوصف أجهزة التجربة العملية المستخدمة ونتائج القياسات.

الحركة البراونية

تشير الحركة البراونية إلى الانتشار العشوائي لحركة الجسيمات الدقيقة المعلقة في سائل أو غاز. وأول من درس هذه الحركة بالتفصيل هو العالم Robert Brown في العام 1827 عندما راقب حركة حبيبات اللقاح في الماء من خلال ميكروسكوب. والمزيد من الدراسات المتخصصة أكدت إن هذه الحركة تعتمد على حجم الجسيمات، وعلى لزوجة السائل، ودرجة الحرارة، وفي العام 1905 اثبت العالمين Albert Einstein و M. Smoluchowski بشكل منفصل وجود علاقة بين الحركة البراونية والنظرية الحركية. وقبل أن نركز على الحركة البراونية، دعنا في البداية نسترجع بعض خصائص النظرية الحركية للجزئيات المعلقة في سائل. هذه الجزئيات في حالة حركة حرارية ثابتة يحكمها توزيع سرعات ماكسويل-بولتزمان. هذا التوزيع يعطي الاحتمالية للجزئي ان يمتلك سرعة بين v_x و $dv_x + v_x$ على النحو التالي:

$$dP(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-mv_x^2/2k_B T} dv_x \quad (1)$$

حيث m الكتلة الجزيئية، و k_B ثابت بولتزمان، و T درجة الحرارة. بالطبع، نفس المعادلة يمكن أن تطبق على المركبة y والمركبة z للسرعة. وتعتبر المعادلة (1) هي توزيع جاوسيان (Gaussian) للاحتمالية بمتوسط صفر وتغير في $k_B T/m$.



نستخدم الرمز المختصر

$$N(\mu, \sigma^2) \quad (2)$$

للتعبير عن توزيع جاوسيان بمتوسط μ وتغير σ . وعلى سبيل المثال، المعادلة التالية

$$v_x = N\left(0, \frac{k_B T}{m}\right) \quad (3)$$

سوف يكون الرمز المختصر لمعادلة مركبة السرعة x للجزئي المعلق كعينة من معادلة (1) للتوزيع الاحتمالي.

تنص نظرية الاتزان على إن كل درجة من درجات الحرية يجب أن يكون لها متوسط طاقة تعادل $k_B T/2$. ولتوضيح معنى درجة الحرية في الاتجاه x فان هذا يعني إن

$$\frac{1}{2}m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2}k_B T \quad (4)$$

حيث إن الأقواس ذات الزوايا $\langle \rangle$ تشير إلى اخذ القيمة المتوسطة على التوزيع الاحتمالي الأنسب. على سبيل المثال، باستخدام توزيع احتمالية ماكسويل-بولتزمان للسرعة v_x فان المعادلة (1) تصبح على النحو التالي:

$$\langle v_x^2 \rangle = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-mv_x^2/2k_B T} dv_x \quad (5)$$

وهذا يعطي $\langle v_x^2 \rangle = k_B T / m$ على النحو التالي، وهذا واضح انه متوافق مع المعادلة (4).

الحلول العددية لحركة الجسيم تبدأ بقانون نيوتن الثاني والتي يمكن أن نعبر عنها بالشكل التالي:



$$d\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}(t)dt \quad (6)$$

$$d\mathbf{v}(t) = \frac{1}{M}\mathbf{F}(t)dt \quad (7)$$

حيث M كتلة الجسم، و $\mathbf{r}(t)$ موضع الجسم، و $\mathbf{v}(t)$ سرعته، و $\mathbf{F}(t)$ هي محصلة القوة المؤثرة على الجسم. وباختيار قيم صغيرة ومحددة dt بحيث يمكننا أن نفترض إن $\mathbf{r}(t)$ و $\mathbf{v}(t)$ عندها ستكون قيمة ثابتة. تم احتساب الدالة $\mathbf{F}(t)$ ، والتي من الممكن أن تعتمد على كلا من r و v ، والطرف الأيمن من المعادلتين (6) و (7) تم حسابهما. بحيث إن الطرف الأيسر من المعادلتين يعرف على النحو التالي:

$$d\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t + dt) - \mathbf{r}(t) \quad (8)$$

$$d\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(t + dt) - \mathbf{v}(t) \quad (9)$$

قيم الطرف الأيمن من المعادلة أضيفت إلى قيم $\mathbf{r}(t)$ و $\mathbf{v}(t)$ للحصول على قيم $\mathbf{r}(t+dt)$ و $\mathbf{v}(t+dt)$ عند زمن إضافي dt . وبالبداية من شروط ابتدائية محددة لـ $\mathbf{r}(0)=\mathbf{r}_0$ و $\mathbf{v}(0)=\mathbf{v}_0$ عند الزمن $t=0$ ، فإن العملية تتكرر للحصول على قيم بعد مرور فترة من الزمن لـ $\mathbf{r}(t)$ و $\mathbf{v}(t)$ عند فترات منفصلة. وكما سوف نرى، هذا النموذج لمعادلات الحركة هو مناسب بصفة خاصة للحركة البراونية.

نطلق مصطلح قطعي deterministic على الحركة عندما نتمكن من تحديد الدالة $\mathbf{F}(t)$ بدقة من قيم كلا من $\mathbf{r}(t)$ و $\mathbf{v}(t)$ ، و t . على سبيل المثال، في حالة التصادمات بين جسيمين بقوة معروفة (مثل قوة كولوم والجاذبية) الدالة $\mathbf{F}(t)$ تكون قطعية والحركة تصبح متوقعة.

للحركة البراونية، $\mathbf{F}(t)$ تظهر من التصادمات المتتابعة للجزئيات المعلقة مع الجسم. كل تفاعل مع الجزيء المعلق خلال فترة التصادم يعطي صدمة أو طاقة للجسيم هي

$$\mathbf{J}_i = \int \mathbf{F}_i(t)dt \quad (10)$$

حيث إن $\mathbf{F}_i(t)$ هي القوة المؤثرة على الجسم وحدود التكامل تكون على فترة التصادم. هذه الصدمات المنفردة \mathbf{J}_i تختلف في الحجم والاتجاه وتعتمد على السرعات وعلى الزاوية التي يحدث عندها التصادم.



عات تختلف بناء على توزيع ماكسويل-بولتزمان ومتوسط السرعة في حدود 600m/s عند درجة
ة الغرفة للماء. التصادمات قصيرة ولكنها متتابعة وتحدث بتردد يصل إلى 10^{19} مرة في الثانية
لجسيم بحدود 1μ العشوائية للتصادمات المنفردة تؤدي إلى محصلة قوة تحتوي على مركبات عشوائية
والقوة والحركة في هذه الحالة نقول عنها *stochastic* أي عشوائية. في الحقيقة فان حركة جسيم
تكون غير متوقعة وكل ما لدينا هو احتمالات أو متوسط الحركة هي التي يمكن ان نحددها. لان عند
التصادمات بترددات عالية، فإننا نختار الفترة الزمنية للتصادم dt صغيرة جدا بما فيه الكفاية بحيث ان
 $v(t)$ و $r(t)$ لا تتغير بشكل كبير، وأيضا يجب ان تكون فترة كبيرة لتشمل آلاف التصادمات. وعلى
مثل هذه الفترة الزمنية، فان قيمة $F(t)dt$ في المعادلة (7) تكون مجموع كل الصدمات التي تصل
للجسيم في تلك الفترة الزمنية dt

$$F(t)dt = \sum_i J_i \quad (11)$$

مع وجود تصادمات كافية، فان نظرية الحد المركزي *central limit theorem* يمكن من خلالها
الحصول على حسابات ممتدة عن $F(t)dt$ بالرغم من ذلك تكون معرفتنا عن الصدمات المفردة مجهولة.
تنص نظرية الحد المركزية على ان مجموع أعداد عشوائية كثيرة سيكون دائما له توزيع جاوسيان.
وبمزيد من التحديد، فإنها تنص على ان كل مجموعة أعداد عشوائية منفردة تشكل توزيع (لا يتطلب أن
يكون جاوسيان) لها متوسط μ_i و متغير σ_i^2 ، وبالتالي فان مجموع عدد عشوائي N يكون له توزيع
جاوسيان بمتوسط $\mu=N\mu_i$ وبمتغير $\sigma^2=N\sigma_i^2$.

كل مركبة كارتيزية لـ J_i يمكن ان تفترض على إنها عدد عشوائي من (غير معرف) التوزيع وعليه فان
نظرية الحد المركزية تنطبق على هذه المركبة للمعادلة (11). تذكر إن، $v(t)$ و $r(t)$ لا تتغيران كثيرا
على الفترة الزمنية dt ، واحتمالية التوزيعات لمركبات J_i تنتج من توزيع السرعات للجزيئات المعقدة
ومن توزيع زوايا التصادم. وعلاوة على ذلك لان عدد التصادمات N خلال الفترة الزمنية dt سوف
يتناسب مع dt ، فان نظرية الحد المركزية تنطبق لكل مركبة من $F(t)dt$ وسوف تكون عدد عشوائي
من توزيع جاوسيان بمتوسط ومتغير يتناسبان مع dt .



أعمال اينشتين على هذا الموضوع بفترة قصيرة، قدم العالم Paul Langevin افتراضية بأن $F(t)$ يمكن ان نعبر عنها بالمعادلة التالية:

$$F(t)dt = -\alpha v(t) dt + F^{(r)}(t) dt \quad (12)$$

قوة السحب الناتجة عن لزوجة السائل $-\alpha v$ ، تعاكس في الاتجاه وتتناسب مع السرعة، والتي بالفعل قد تم التحقق منها بواسطة العالم Stokes، الذي وضع ان معامل السحب لكرة قطرها d معلقة في سائل لزج η تعطى على النحو التالي:

$$\alpha = 3\pi\eta d \quad (13)$$

الجزء العشوائي لقوة التصادم يمثل بالدالة $F^{(r)}(t)$ ، والذي تمكن Langevin بنجاح من توضيحه وبين كيف انه هو المسئول عن الحركة البراونية.

يجب أن نتذكر دائما إن العدد العشوائي من التوزيع ذو المتوسط μ والمتغير σ^2 يمكن أن يعتبر بأنه مجموع المتوسط والعدد العشوائي ذو المتوسط 0 والذي له المتغير σ^2 بحيث ان

$$N(\mu, \sigma^2) = \mu + N(0, \sigma^2) \quad (14)$$

تسمح لنا بمشاهدة كيف إن المعادلة (12) ترتبط مع المعادلة (11) ونظرية الحد المركزية. وكل مركبة كارنيزية لحد $-\alpha v dt$ من المعادلة (12) يكون متوسط المجموع في نظرية الحد المركزية المطبقة على هذه المركبة للمعادلة (11). والمتوسطات التي تم حسابها للحد $-\alpha v dt$ ، فان كل مركبة في الحد $F(r)(t)dt$ يجب أن تكون ذات متوسط صفر، والأعداد العشوائية ذات توزيع جاوسيان وهذه العشوائية تزودنا بالعشوائية أو جزء التوزيع لنظرية الحد المركزية.

وبعد عدد كافي من التصادمات، فان احتمالية توزيع سرعات الجسيم يجب ان تكون مستقلة عن أي سرعة ابتدائية وتتوازن عند توزيع ماكسويل-بولتزمان.



ن 1 حدد الـ rms للسرعات عند درجة حرارة الغرفة ($\sqrt{\langle v^2 \rangle}$) لجزيئات الماء بوجود جسيمات
ة بقطر 1μ . افترض ان الكريات لها نفس كثافة الماء.

بالطبع، التصادمات العشوائية مع الجزيئات المعلقة هي المسؤولة عن توزيع السرعة. في نموذج
Langevin، فان الحد $F^{(r)}(t) dt$ سوف يكون مسئولاً عن إنشائه. ونظرية التشتت المتغير
fluctuation dissipation theorem تصف كيف يحدث ذلك وتتضمن أيضاً انه خلال أي فترة
زمنية dt أن يكون

$$F_x^{(r)}(t)dt = N(0, 2\alpha k_B T dt) \quad (15)$$

هذه المعادلة متحققة أيضاً للمركبتين y و z . كما إنها تحدد الاختلاف في حد العشوائية بالنسبة لدرجة
حرارة الجسيمات المعلقة ومعامل السحب. لاحظ ان المتوسط أو حد $-\alpha v dt$ ، يتناسب مع dt بناء على
نظرية الحد المركزية. لاحظ أيضاً ان الحد $F^{(r)}(t)dt$ العشوائي يحقق أيضاً النظرية في ان تغيراته
تناسب مع dt . في الواقع، هاذين التناسيبين مطلوبين اذا كانت المعادلتين 6 و 7 عليهما ان يقدمنا حلول
متوافقة اذا كانت الفترة الزمنية dt تغيرت

تمرين 2 عندما نقوم بحل معادلة تفاضلية عددياً، فان فترة الزمن dt يجب ان نختارها على ان تكون
صغيرة بحيث ان $r(t)$ و $v(t)$ تعمل فقط تغيرات صغيرة خلال الفترة الزمنية. ولكن، dt يجب ان لا
تكون صغيرة جداً لان بعض الأخطاء ممكن تحدث في كل فترة زمنية. وغالباً، ما ننظر إلى الحلول
العديدية لكلا من $r(t)$ و $v(t)$ على ان الفترة الزمنية dt تتناقص، وباختيار dt بحيث تعتمد قليلاً على
حجمها.

السؤال الآن لماذا المتوسط والمتغير لـ Fdt يتناسب تناسباً طردياً مع dt لكي تكون معادلات الحركة
ذات تناسق ذاتي؟ ولكي تجيب على هذا التساؤل عليك ان تأخذ في الحسبان سلوك العددين العشوائيين
الجاوسيان (بالمتوسط) وكيف ان $v(t)$ (بالمتوسط) يتغيران خلال الفترة الزمنية dt أو خلال فترتين
زمنيتين بقدر نصف فترة زمنية.



، نأخذ الشروط الابتدائية عند $t = 0$ بحيث ان $r(0) = r_0$ و $v(0) = v_0$. وبالتالي فان الحل سوف من نقطة محددة بدقة وبسرعة معروفة. ولكن، بسبب الطبيعة العشوائية للقوة فان هذا يتطلب ان يكون موقع الجسيم وسرعة لزم من $t > 0$ عبارة عن احتمالية توزيع تتغير مع الزمن. والمراجع توضح كيف يمكن ان نحصل عليهم. وهنا قمنا بإدراجهم بدون إثبات.

والحلول المناظرة لمركبتي السرعة فان الحل لـ $v_x(t)$ يمكن ان يكتب على النحو التالي:

$$v_x(t) = N \left(v_{0x} e^{-t/\tau}, \frac{k_B T}{M} (1 - e^{-2t/\tau}) \right) \quad (16)$$

حيث أن

$$\tau = \frac{M}{\alpha} \quad (17)$$

وكما هو مطلوب عند $t = 0$ ، فان المعادلة (16) يكون لها القيمة $v_x(0) = N(v_{0x}, 0)$ (أي إن، القيمة المؤكدة هي v_{0x}). وعند $t = \infty$ يكون حلها هو $v_x(\infty) = N(0, k_B T/M)$ أي انه توزيع ماكسويل-بولتزمان. تذكر ان $t = \infty$ تعني ان $t \gg \tau$ و τ قصيرة جدا، بحيث انه لجسيم قطره 1μ في الماء، تكون $\tau \approx 50$ ns. لاحظ كيف إن τ في المعادلة (16) توصف باضمحلال أسي لأي سرعة ابتدائية وتصل إلى حالة توزيع سرعة متزن بتغير أسي يتناقص بمعدل في حدود 2.

احتمالية التوزيع للموضع $r(t)$ يكون أكثر تعقيدا. وبحل مماثل لـ $y(t)$ و $z(t)$ ، فان النتيجة يمكن ان نعبر عنها على النحو التالي:

$$x(t) = N(\mu_x, \sigma^2) \quad (18)$$

حيث ان

$$\mu_x(t) = x_0 + v_{x0} \tau (1 - e^{-t/\tau}) \quad (19)$$



$$\sigma^2(t) = \frac{2k_B T}{\alpha} \left[t - 2\tau(1 - e^{-t/\tau}) + \frac{\tau}{2}(1 - e^{-2t/\tau}) \right] \quad (20)$$

ولجسيم ترك من السكون عند نقطة الأصل ($r_0 = 0, v_0 = 0$)، فان توزيع موضع الاتزان يصبح على النحو التالي:

$$x(t) = N(0, \sigma^2) \quad (21)$$

حيث أن

$$\sigma^2 = \frac{2k_B T t}{\alpha} \quad (22)$$

لاحظ ان هذه نتيجة مهمة حيث ان الاختلاف في التوزيع ينمو خطيا مع الزمن. وباسترجاع المعادلة (21) فان هذا يعني ان الاحتمالية للجسيم ان يكون له إزاحة x من x إلى $x + dx$ يعطى على النحو التالي:

$$dP(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-x^2/2\sigma^2} dx \quad (23)$$

الاحتمالية لإزاحة الجسيمات في عنصر الحجم $dV = dx dy dz$ حول قيمة محددة لـ r هو عبارة عن حاصل ضرب هذه الثلاثة توزيعات - واحدة لكل بعد x, y, z . وباستخدام $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ فان حاصل الضرب يصبح على النحو التالي:

$$dP(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{-r^2/2\sigma^2} dV \quad (24)$$



عدد كبير من N الجسيمات موضوعة عند نقطة الأصل عند زمن $t=0$. وبناء على المعادلة 24، كل منها سيكون له احتمالية $dP(r)$ ليكون في عنصر الحجم dV عند تلك المسافة r . وبناء على ذلك، فإن عدد الجسيمات في عنصر الحجم سوف يكون $NdP(r)$ والكثافة العددية تعطى بالمعادلة

$$\rho(r) = NdP(r)/dV \quad \text{أو بالمعادلة التالية}$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{N}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{-r^2/2\sigma^2} \quad (25)$$

حيث ان (ضمنياً) الاعتماد على الزمن يكون بسبب ان σ^2 تزداد خطياً مع الزمن من خلال المعادلة 22.

الجسيمات سوف تتفصل بناء على المعادلة 25 في المعادلة 22 حتى يصلوا إلى جدران الوعاء وسوف يستمروا بالحركة من المناطق ذات التركيز العالي إلى المناطق المنخفضة التركيز حتى يتم توزيعهم بانتظام في المحلول. قانون Fick's الثاني للانتشار يصف كيف ان $\rho(r)$ سوف تتغير مع الزمن.

$$\frac{d\rho}{dt} = D\nabla^2\rho \quad (26)$$

حيث D ثابت الانتشار الذي يصف سرعة عملية الانتشار. لقد لاحظ العالم اينشتين كيف ان قانون Fick's الثاني ارتبط مع الانتشار البراوني وكان أول من يربط بين D و $\rho(r)$

تمرين 3 اثبت ان $\rho(r,t)$ تحقق المعادلة (26) بـ

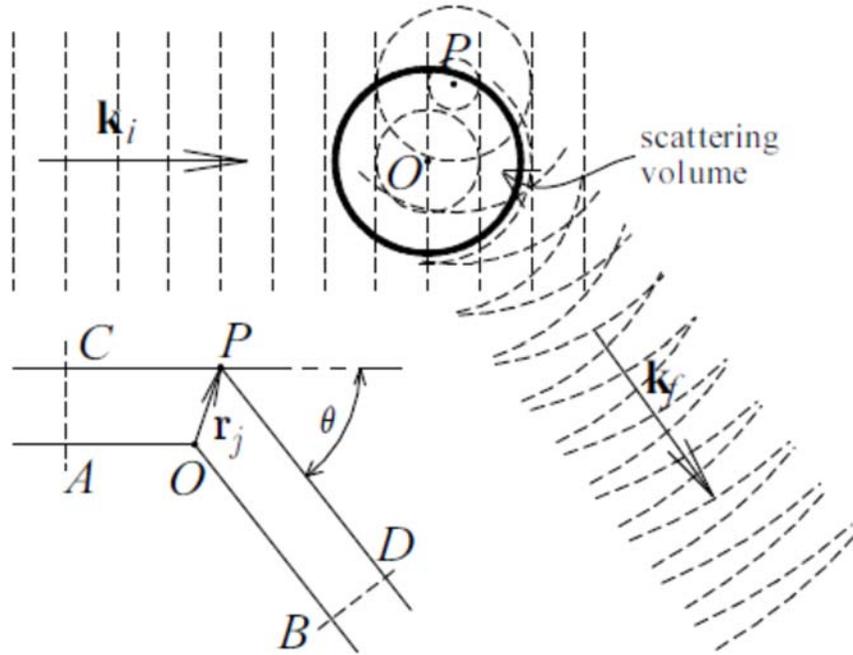
$$\sigma^2 = 2Dt \quad (27)$$

بالتعويض في المعادلة 22 باستخدام المعادلة 13 في المعادلة 27 نحصل على علاقة اينشتين-ستوكس



$$D = \frac{k_B T}{3\pi\eta d} \quad (28)$$

تمرين 4 المعادلة 27 تنص على ان اتساع توزيع الجسيمات يزداد مع الزمن t . وبشكل نوعي، هذا السلوك يكون مقبولا لان مع زيادة الزمن للحركة البراونية العشوائية، فان من المتوقع ان تصبح قيم r أكثر انتشارا. اشرح بنفس الطريقة لماذا يتوقع ان يزداد اتساع التوزيع مع T ويقل مع η و d كما هو مشار له في المعادلة 28.



الشكل 1: الشكل العلوي: يوضح تشتت متزامن. جبهة الموجة المستوية الساقطة (الخطوط المنقطة) تسافر في اتجاه متجه الموجة k_i وتبدأ تشتت في صورة جبهات موجة كروية (الدائرة المنقطة) ناتج عن جسيم في الحجم المتشتت. وفي الاتجاه k_s ، حيث يوجد الكاشف، موضح في الشكل أمواج من جسمين متداخلين. الجزء السفلي: اذا كان الكاشف بعيدا عن الحجم، فان فرق المسار $\overline{CPD} - \overline{AOB}$ يحدد طور تذبذبات المجال الكهربائي عند الكاشف من الأمواج المتشتتة عن الجسيم عند r_j .



ميكية تشتت الضوء

لنعتبر في البداية مشكلة التشتت المثالية الموضحة في الشكل 1. حيث تنتقل موجة مستوية أحادية اللون في سائل شفاف وتنتشر خلال كل الفراغ. كريات ميكروية الحجم متماثلة تتعرض لحركة براونية خلال حجم V صغير وتعمل على تشتيت الموجة الساقطة. بعيدا عن الحجم، فان تشتت الإشعاع عن كل كرية مقرب بشكل جيد بموجة خارجة ذات شكل كروي، والمجال الكهربائي عند الكاشف سوف يقوم بجمع الأمواج الكروية من كل الكريات.

الموجات الكروية الخارجة من كرة واحدة مستقرة سوف تنتج تذبذب جيبي بسيط في شدة المجال الكهربائي عند الكاشف

$$E_0 e^{i(\phi - \omega t)} \quad (29)$$

حيث الرمز المركب يستخدم في الكميات الفيزيائية ونحصل عليه كالجزء الحقيقي لمعادلة المركبة، على سبيل المثال، الجزء الحقيقي لشدة المجال الكهربائي سيكون $E_0 \cos(\phi - \omega_0)$. والتردد الزاوي للتذبذبات ω_0 هو نفس التردد الزاوي للموجة المستوية الساقطة. E_0 ، هو سعة الذبذبة عند الكاشف، وتتناسب طرديا مع سعة الموجة المستوية الساقطة، وتعتمد على العديد من خواص الكريات والوسط (على سبيل المثال، الاستقطابية الخاصة بهم) كذلك الاستقطاب الخاص بالموجة الساقطة وزاوية الاستطارة. كذلك، لأنها تنشأ من الأمواج الكروية الناتجة من الكريات، E_0 تتناسب عكسيا مع المسافة بين الكرة والكاشف (قانون التربيع لشدة المجال). اذا كان الكاشف بعيدا عن حجم التشتت (بالمقارنة مع الأبعاد الحجمية)، فان التغيرات في السعة من الكريات عند مسافات مختلفة يكون مهملا. وعليه اذا كانت كل الكريات متماثلة (كما في هذه التجربة)، والضوء عند زاوية تشتت معينة يتم رصده، E_0 يمكن ان نعتبرها ثابتة لكل الكريات. وعلى كل حال، فان الطور ϕ حساس جدا لموقع الكريات ويتغير بمقدار 2π عندما تتحرك الكرة حركة بسيطة تعادل طول موجي. التغيرات في الطور ϕ عندما تتحرك الكرة هو مصدر التغيرات في الشدة المقاسة في هذه التجربة.

ولكي نرى كيف يحدث هذا سوف نحتاج في البداية لمعادلة للطور ϕ_j بالنسبة للموضع r_j للكرة j . من الممكن اختيار $\phi = 0$ للكرة عند نقطة أصل اختيارية داخل حجم التشتت (مثل O في الشكل 1). وبعد



فان طور الموجة من الكرة الموضوعه عند r_j سيكون $2\pi/\lambda$ (حيث λ هي الطول الموجي في λ) مضروبا في طول فرق المسار بين الموجة المنتشنته من نقطة الأصل والموجة التي تشنت على بعد r_j . اذا كان الكاشف بعيدا من حجم التشنت V ، والشكل الهندسي موضح في الجزء الأسفل للشكل 1 ويعطى بالمعادلة التالية:

$$\phi_j = \frac{2\pi}{\lambda}(\overline{CPD} - \overline{AOB}) \quad (30)$$

تمرين 5 اثبت ان المعادلة الموضحة أعلاه تكتب على النحو التالي:

$$\phi_j = (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f) \cdot \mathbf{r}_j \quad (31)$$

حيث k_f و k_i هما متجه الموجة الساقطة والموجة المنتشنته، على التوالي.

متجه الموجة k_i يشير إلى اتجاه الموجة المستوية الساقطة و k_f يشير إلى اتجاه الأمواج الخارجة (في اتجاه الكاشف) وكلاهما لهما نفس المقدار

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (32)$$

حيث، λ الطول الموجي في الوسط.

ولحل هذا التمرين، اعد رسم الشكل وقم بجمع العمودين من O إلى الخط \overline{CP} وقم بعنونة نقطة التقاطع C' ومن O إلى الخط \overline{PD} وعنون نقطة التقاطع بـ D' . فرق طول المسار عندها يكون

$$\overline{C'P} + \overline{PD'}$$

بعد ذلك قم بربط هاتين المسافتين بـ r_j ومتجهين الموجة k_i و k_f .

وبإدخال متجه التشنت K ،



$$K = k_i - k_f \quad (33)$$

يمكن ان نكتبها ببساطة على النحو التالي:

$$\phi_j = K \cdot r_j \quad (34)$$

تمرين 6 ارسم شكل اتجاهي يوضح العلاقة بين k_i و k_f و K وحدد زاوية التشتت θ بين متجهات الموجة الساقطة والمنتشرة ثم وضح ان مقدار K يعطى بالعلاقة التالية:

$$K = 2k_i \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (35)$$

المجال الكهربائي الكلي هو مجموع المجال الكهربائي الناتج من كل الكرات

$$E(t) = \sum_{j=1}^N E_0 e^{i(\phi_j(t) - \omega_0 t)} \quad (36)$$

حيث ان المجموع على كل N من الكرات التي سقط عليه الشعاع. والشدة $I(t)$ تتناسب مع مربع

$$I(t) = \beta |E(t)|^2 = \beta E(t) E^*(t) \text{ المجال الكهربائي}$$

$$I(t) = \beta E_0^2 \sum_j \sum_k e^{i(\phi_j(t) - \phi_k(t))} \quad (37)$$

لاحظ انه تم إضافة الزمن لـ ϕ_j في هذه الأسئلة. وهذا لان الكرات منتشرة بعشوائية، وكما ان r_j تتغير، فانه أيضا ϕ_j تتغير حسب المعادلة 34. وعليه فان $I(t)$ و $R(t)$ هما متغيران عشوائيان ولا يمكن ان يتم تحديدهم على نحو واضح.

وهذا لا يعني إننا لا يمكن ان نحدد كميات مفيدة ترتبط مع المتغيرات العشوائية $R(t)$ و $I(t)$. هناك كميتين مرتبطتين تصفان متغير يتغير عشوائيا في الزمن وهما طيف الطاقة له ودالة ترابطه التلقائي



(autocorrelation funct). وطيف الطاقة للتغير في الإشارة مع الزمن $V(t)$ يعرف بحدود

لات فورييه $\hat{V}(\omega)$ of $V(t)$

$$\hat{V}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t)e^{i\omega t} dt \quad (38)$$

طيف الطاقة $S(\omega)$ يعرف على النحو التالي

$$S_V(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \hat{V}(\omega) \hat{V}^*(\omega) \quad (39)$$

وللحد من الإجراءات والمعامل $1/2T$ يظهر لان $V(t)$ ليست square integrable²

دالة الترابط التلقائي للإشارة $V(t)$ تعرف على إنها

$$R_V(\Delta t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V^*(t)V(t + \Delta t) dt \quad (40)$$

وهذه في الغالب تكتب على النحو التالي:

$$R_V(\Delta t) = \langle V^*(t)V(t + \Delta t) \rangle \quad (41)$$

حيث ان الأقواس ذات الزوايا تشير إلى متوسط الزمن المعطى بشكل واضح في المعادلة السابقة.

وعليه فان $R_V(\Delta t)$ هي متوسط الزمن لحاصل ضرب الإشارة في قيمة الزمن Δt . ولـ $\Delta t = 0$ ، تكون عندها متوسط مربع الإشارة. $R_V(\Delta t)$ سوف تقل كلما زادت Δt اذا كان ترابط الإشارة مع قيمتها عند فترات زمنية لاحقة يتناقص. مع العلم ان المتوسط الزمني سوف يحتاج ان يكون طويل – عدة دقائق – للحصول على نتائج جيدة في هذه التجربة. وعلى كل حال، فان دالة الترابط التلقائي سوف تؤول إلى الصفر بسرعة – لـ $1 \text{ s} \ll \Delta t$.



اب دالة الترابط التلقائي autocorrelation function

دالة الترابط التلقائي للشدة $I(t)$ $R_I(\Delta t) = \langle I^*(t)I(t + \Delta t) \rangle$ بحيث ان $I(t)$ تعطى بالمعادلة 37 (وباستخدام القاعدة 1 التالية) فإنها تصبح على النحو التالي

$$R_I(\Delta t) = \beta^2 E_0^4 \sum_j \sum_k \sum_l \sum_m \langle e^{-i(\phi_j(t) - \phi_k(t))} e^{i(\phi_l(t+\Delta t) - \phi_m(t+\Delta t))} \rangle \quad (42)$$

لاحظ ان

1. متوسط مجموع الحدود هو مجموع متوسط كل حد.
 2. متوسط حاصل ضرب الحدود هو حاصل ضرب متوسط كل حد اذا كان كل حد غير مترابط مع الآخرين.
 3. حركة كرة واحدة تكون غير مترابطة مع حركة أي من الكرات الأخرى.
 4. متوسط قيمة $e^{i\phi_j(t)}$ هو صفر لان الكرة تتحرك عشوائيا على مسافات كبيرة بالمقارنة للطول الموجي داخل متوسط الزمن.
- القاعدة 4 هي ربما هي الأصعب والاهم. طبقا للمعادلة 34 $\phi(t) = K \cdot r(t)$ وطبقا للمعادلة 35 فان مقدار K هو من الرتبة $k_i = 2\pi/\lambda$. وعلى متوسط الزمن، فان الجسم يتحرك في الجوار بحركة براونية والإزاحة $r(t)$ تتحرك خلال لمسافات من عدة أطوال موجية λ . ونتيجة لذلك، $\phi(t)$ سوف تتغير خلال عدد من دورات 2π ولان $e^{i\phi} = \cos\phi + i\sin\phi$ ، كلا من الجزء الحقيقي والتخيلي سوف يتغير خلال عدد من التذبذبات. وفي النهائية، لان متوسط دالة الجيب وجيب التمام على عدد من الاهتزازات يساوي صفر، فإننا نحصل على القاعدة 4.

القواعد 2-4 تؤكد ان أي حد $ijklm$ في المعادلة 42 سوف يكون متوسطه الزمني يساوي صفر اذا كان معامل احدهما يختلف عن الثلاثة الآخرين. ولهذا، فان الحدود الغير صفرية هي فقط التي تكون في



زوجات متساوية. وهناك ثلاثة حالات هي: (1) $z = k$ و $l = m$, (2) $z = 1$ و $k = m$, (3) $z = k = l$.

لندع N تمثل عدد الكرات المضاءة، وهناك عدد N^2 زوج للحالة 1. وعندما $z = k$ و $l = m$ فانه من السهل ان نرى ان المعامل الآسي يساوي الوحدة لكل منهم.

يوجد عدد $N^2 - N$ من الحدود للحالة 2 حيث $z = 1$ و $k = m$ ، ولكن $z \neq k$. (الحدود N حيث $z = k = m$ تم أخذها في عين الاعتبار في الحالة 1). كل حد به معامل آسي يصبح على النحو التالي:

$$S_2 = \langle e^{-i(\phi_j(t) - \phi_j(t+\Delta t))} e^{i(\phi_k(t) - \phi_k(t+\Delta t))} \rangle \quad (43)$$

هناك أيضا $N^2 - N$ من الحدود للحالة 3 حيث $z = m$ و $k = 1$ ، ولكن $z \neq k$ ، وكل حد بمعامل آسي يصبح على النحو التالي:

$$S_3 = \langle e^{-i(\phi_j(t) + \phi_j(t+\Delta t))} e^{i(\phi_k(t) + \phi_k(t+\Delta t))} \rangle \quad (44)$$

حيث ان الكرات المختلفة (j and k) في الحركة تكون غير مترابطة، فان العاملين الآسيين في S_2 و S_3 يكونا مستقلين ومتوسط حاصل ضربهما هو حاصل ضرب متوسط كل منهما. في كل من S_2 و S_3 ، فان العاملين يكونا مركبات مقترنة (complex conjugates) لواحد في الآخر وهذا يعطي لنا ما يلي

$$S_2 = s_2 s_2^* \quad (45)$$

$$S_3 = s_3 s_3^* \quad (46)$$

حيث

$$s_2 = \langle e^{-i(\phi(t) - \phi(t+\Delta t))} \rangle \quad (47)$$

$$s_3 = \langle e^{-i(\phi(t) + \phi(t+\Delta t))} \rangle \quad (48)$$



ز السفلي الدليلي تم إهماله لان المتوسط على كرة واحدة.

بستخدام المعادلة 34 للتعويض عن ϕ كل نحصل على

$$s_2 = \left\langle e^{-i\mathbf{K}\cdot(\mathbf{r}(t)-\mathbf{r}(t+\Delta t))} \right\rangle \quad (49)$$

$$s_3 = \left\langle e^{-i\mathbf{K}\cdot(\mathbf{r}(t)+\mathbf{r}(t+\Delta t))} \right\rangle \quad (50)$$

وبتعريف

$$\Delta\mathbf{r}(t, \Delta t) = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (51)$$

وكلما حدث تغير في الموضع أو الإزاحة للكرة على فترة الزمن من t إلى $t+\Delta t$.

باستخدام ذلك للتخلص من $\mathbf{r}(t+\Delta t)$ وهذا يعطي

$$s_2 = \left\langle e^{i\mathbf{K}\cdot\Delta\mathbf{r}(t,\Delta t)} \right\rangle \quad (52)$$

$$s_3 = \left\langle e^{i\mathbf{K}\cdot(2\mathbf{r}(t)+\Delta\mathbf{r}(t,\Delta t))} \right\rangle = 0 \quad (53)$$

الآن كيف $\mathbf{r}(t)$ تختصر في S_2 ولكن ليس في S_3 . وعليه فان الحد S_3 يكون صفر لنفس السبب الذي يحقق القاعدة 4. القاعدة 4 لا تنطبق على S_2 ، ولكن لان التغيرات في الأس للحد يكون ناتجا عن التغيرات في $\Delta\mathbf{r}(t,\Delta t)$ والتي هي إزاحة الجسم من t إلى $t+\Delta t$. وعند اخذ المتوسط على الزمن t ، فان $\Delta\mathbf{r}(t)$ لن تتغير لعدد من الأطوال الموجية، على الأقل لأزمنة صغيرة Δt بما فيه الكفاية. اذا أخذنا Δt كبيرة بما فيه الكفاية، فان S_2 سوف تؤول إلى الصفر. ولكن هذا بالتحديد هو السبب من اجله صممت هذه التجربة.

يبدو ان المتوسط الزمني في المعادلة 52 على حركة جسيم مفرد وإذا قمنا برسم حركة كاملة فان المتوسط (لقيمة معينة واحدة من Δt و K) سوف تحدد على النحو التالي. خذ محور x على نفس اتجاه K بحيث ان $K\cdot\Delta\mathbf{r}=K\Delta x$. قم بعمل قائمة للجسيمات المحور x وهي x_0, x_1, \dots عند الفترات الزمنية



t_0, t_1 تفصلهم Δt . اوجد $\Delta x_1 = x_1 - x_0$ ، والإزاحة x لفترة الزمنية الأولى من t_0 إلى t_1 ومن ثم قيمة $e^{iK\Delta x_1}$. كرر هذه العملية لإيجاد الإزاحة Δx_2 لفترة الزمنية الثانية من t_1 إلى t_2 ثم أوج قيمة $e^{iK\Delta x_2}$. استمر حتى تغطي كل الفترة الزمنية. القيمة المتوسطة لـ $e^{iK\Delta x_i}$ مطلوبة بعد هذه الكمية.

$$s_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{iK\Delta x_i} \quad (54)$$

يمكننا التنبؤ بهذا المتوسط؟ لان الجسيمات تتعرض لحركة براونية، وقيم Δx_i التي تظهر في المعادلة 54 هي متغيرات عشوائية. سوف تتوزع مع الاحتمالات التي تحكمها المعادلة 23 (مع التعويض عن Δx و Δt في المعادلة 22).

عندما تؤول N إلى ∞ فان متوسط العينة في المعادلة 54 يمكن ان يحسب كمتوسط أصلي- والوزن المتوسط على كل Δx 's الممكنة بـ $dP(\Delta x)$ بعد الحصول على الأوزان. وهذا يعطي

$$s_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iK\Delta x} e^{-(\Delta x)^2/2\sigma^2} d\Delta x \quad (55)$$

يمكن فك $e^{iK\Delta x} = \cos K\Delta x + i \sin K\Delta x$. والحد الجيبي \sin يعطى تكامل فردي على ان يعطي تكامل زوجي ولهذا فانه يختفي. والحد جيب التمام \cos يمكن بسهولة إيجاد التكامل له وهو على النحو التالي:

$$s_2 = e^{-K^2\sigma^2/2} \quad (56)$$

الآن، يمكن كتابة تعبير لـ $R_I(\Delta t)$. استرجع ان المجموع على m, l, k, j في المعادلة 42، وهناك عدد N^2 حد كل منها يشارك بالمثل وكذلك الحدود $N^2 - N$ تشارك $s_2 s_2^* = e^{-K^2/\sigma^2}$ ، وعليه نحصل على



$$R_I(\Delta t) = \beta^2 E_0^4 \left[N^2 + (N^2 - N)e^{-K^2 \sigma^2} \right] \quad (57)$$

حيث $\sigma^2=2D\Delta t$ وهذه المعادلة تتوقع ان $R_I(\Delta t)$ سوف تكون ثابت + اضمحلال أسي

$$R_I(\Delta t) = A + Be^{-\Gamma \Delta t} \quad (58)$$

حيث ان معدل الاضمحلال Γ يعطى على النحو التالي:

$$\Gamma = 2K^2 D \quad (59)$$

باستخدام المعادلات 28، 32، 35 فان هذا يصبح على النحو التالي:

$$\Gamma = \frac{32\pi n^2 k_B T}{3\eta \lambda_0^2} \cdot \frac{\sin^2(\theta/2)}{d} \quad (60)$$

حيث ان λ_0 هو الطول الموجي للفراغ و n معامل انكسار الوسط ($\lambda = \lambda_0/n$).

التمرين 7

معدل الاضمحلال المتوقع يعطى بالمعادلة 60 يمكن كتابته على النحو التالي:

$$\Gamma = \kappa \frac{\sin^2(\theta/2)}{d} \quad (61)$$

حيث κ دالة درجة الحرارة T . وباستخدام $\lambda_0=632.8\text{nm}$ لليزر الهليوم نيون، و $K_B=1.3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ والجدول 1 يوضح معامل الانكسار واللزوجة للماء، اعمل جدول ومنحنى لـ κ في درجة الحرارة في المدى من 15 إلى 30°C .



Temp. (°C)	η (kg/m/s)	n
15	0.001139	1.333
16	0.001109	1.333
17	0.001081	1.333
18	0.001053	1.333
19	0.001027	1.333
20	0.001002	1.333
21	0.000978	1.333
22	0.000955	1.333
23	0.000933	1.333
24	0.000911	1.333
25	0.000890	1.333
26	0.000871	1.332
27	0.000851	1.332
28	0.000833	1.332
29	0.000815	1.332
30	0.000798	1.332

الجدول 1: قيم اللزوجة η ومعامل الانكسار n لماء نقي كدالة في درجة الحرارة
(and Physics CRC Handbook of Chemistry)

حساب طيف الطاقة

طيف الطاقة للشدة $I(t)$ ولتحولات فورييه الخاصة بها $\hat{I}(\omega)$ ترتبطان بالعلاقات العكسية التالية:

$$\hat{I}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)e^{i\omega t} dt \quad (62)$$

و

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{I}^*(\omega)e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (63)$$



ندام المعادلة 63 للتعويض عن $I(t)$ و $\hat{I}(\omega)$ في معادلة دالة الارتباط التلقائي
(autocorrelat) المعادلة 40 يعطي

$$R_I(\Delta t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left[\hat{I}(\omega) \hat{I}^*(\omega') e^{i\omega t} e^{-i\omega'(t+\Delta t)} \right] \quad (64)$$

وبإعادة الترتيب نحصل على

$$R_I(\Delta t) = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \hat{I}(\omega) \hat{I}^*(\omega') e^{-i\omega' \Delta t} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T \left[e^{i(\omega - \omega')t} \right] dt \quad (65)$$

التكامل الأخير هو تمثيل لدالة دلتا ديراك

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T e^{i(\omega - \omega')t} dt = 2\pi \delta(\omega - \omega') \quad (66)$$

وهذا يعطي

$$R_I(\Delta t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \hat{I}(\omega) \hat{I}^*(\omega') e^{-i\omega' \Delta t} 2\pi \delta(\omega - \omega') \quad (67)$$

لاحظ ان $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0)$ ، هو التكامل على ω' ويمكن ان يحل
ويعطي النتيجة التالية



$$R_I(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \hat{I}(\omega) \hat{I}^*(\omega) \right] e^{-i\omega\Delta t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (68)$$

الحد داخل القوس المربع هو تعريف (المعادلة 39) شدة طيف الطاقة $S_I(\omega)$. وهذا يجعل الاستبدال يعطي المعادلة التالية:

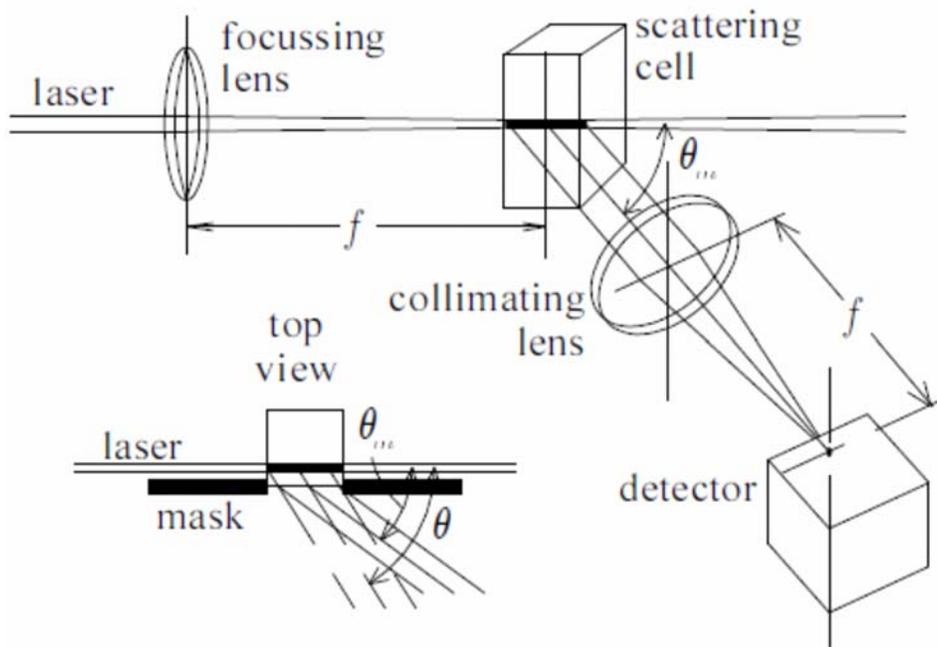
$$R_I(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_I(\omega) e^{-i\omega\Delta t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (69)$$

وهذا يوضح ان $R_I(\Delta t)$ و $S_I(\omega)$ من زوج تحويلات فورييه. والعلاقة العكسية

$$S_I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_I(\Delta t) e^{i\omega\Delta t} d\Delta t \quad (70)$$

تسمح لنا بتوقع طيف الطاقة من دالة الارتباط التلقائي. وبإدخال المعادلة 57 لـ $R_I(\Delta t)$ وإجراء التكامل يعطينا المعادلة التالية:

$$S_I(\omega) = \beta^2 (E_0)^4 \left[N^2 2\pi \delta(\omega) + \frac{1}{(N^2 - N) 2(2DK^2) \omega^2 + (2DK^2)^2} \right] \quad (71)$$



الشكل 2: الشكل العلوي: تجهيزات التجربة (الأدوات الموجودة على العدسة وقناع الخلية غير موضحة). الشكل السفلي: يوضح قناع الخلية وانكسار الضوء الخارج من الخلية.

وبمعزل عن دالة دلتا ديراك، هذا التعبير هو لورانتزيان متمركز عند $\omega=0$ وبتساع عند منتصف القمة

$$(\Delta\omega)_{1/2} = 2DK^2 = \Gamma \quad (72)$$

ومن أجل ملائمة المعادلة 71 يمكن كتابتها على النحو التالي:

$$S_I(\omega) = A\delta(\omega) + \frac{B}{1 + (\omega/\Gamma)^2} \quad (73)$$



رات

مخطط للتجربة موضح في الشكل 2. مصدر الأمواج المستوية الساقطة هو شعاع ليزر هليوم نيون. (إذا كما هو في هذه التجربة المجال الكهربائي لليزر مستقطب خطيا وعمودي على مستوى التشتت، فإن الإشعاع المتشتت يكون كذلك.) يركز شعاع الليزر في شكل خط أفقي حاد وموازي لجدار خلية التشتت حيث الضوء المتشتت سوف يرصد. الضوء المتشتت يمر خلال عدسة ويرصد على سطح مساحة صغيرة (1mm^2) للكاشف عبارة عن فوتوديود (silicon avalanche photodiode) موضوع عند نقطة تبئير العدسة. وتم ترتيب العدسة والكاشف بحيث ان كل الضوء الخارج من الخلية يسقط على الكاشف عند نفس الزاوية θ_m بالنسبة لاتجاه الشعاع الأصلي.

تشير $I(t)$ إلى متوسط شدة التوسط ثابتة وتحتوي على معلومات قليلة لها صلة بالموضوع. وانها تؤثر على مستوى الخلفية لدالة الارتباط التلقائي المضمحل أسيا ومركبة الـ DC لطيف القوة اللورانتزي، ولكنه لا يؤثر على Γ - وهو المعامل المهم في هذه التجربة. تحدد Γ بالكامل من التغيرات في الشدة عند قيمتها المتوسطة. وفي الحقيقة، دائرة الكاشف (ستناقش في الجزء التالي) تتضمن تعديل لموازنة الشدة المتوسطة وبالتالي يمكننا ان نقيس التغيرات في الشدة بشكل أفضل.

الكاشف

دائرة الفوتوديود موضحة في الشكل 3. ومطبق على الكاشف جهد عكسي V_d بواسطة مصدر Kepco قابل للتغير الجهد الناتج منه، في حين جهد موجب وسالب للمكبر المستخدم بمقدار $\pm 15\text{ V}$. $V_d = 106\text{ V}$ هي القيمة المثبتة من المصنع. شدة الضوء $I(t)$ تسقط على الكاشف تنتج تيار $i(t)$ يمر في الكاشف. كما ان هناك تيار خفي صغير يعرف باسم ضجيج الخلفية (background noise) وهو مرتبط بهذه الكواشف. التيار الضوئي $i(t)$ يتحول إلى فرق جهد $v(t)$ بواسطة المكبر $v(t) = i(t)r$ ، حيث $r = 10\text{ M}\Omega$. ويتطلب ضبط مجزئ الجهد $10\text{ k}\Omega$ في كل محاولة لموازنة مركبات DC لشدة الأشعة بحيث ان محول الإشارات التناظرية إلى رقمية (ADC) في الكمبيوتر يمكن ان يستخدم أقصى تكبير ممكن.



ات في إشارة الكاشف $V(t)$ سوف تتناسب طرديا مع التغيرات في شدة الضوء الساقط عليه.
' بجانب مستوى ضجيج الخلفية فان $R_I(\Delta t)$ أو مركبة DC لـ $S_I(\omega)$ ، يكون التحليل لـ $I(t)$ مشابه
لـ $V(t)$.

والمكبر الثاني يستخدم في فلتر ترشيح منخفض Butterworth ثنائي الأقطاب ومضبوط على 3dB وتردده على المجموعة $f_c = 1/2\pi RC$ حوالي 7 kHz، باستخدام $R = 47 \text{ k}\Omega$ و $C = 470 \text{ pf}$. كما يوفر أيضا المزيد من التكبير بحوالي 47k/27k. ويعمل الفلتر على خفض وتقليل مركبات الترددات العالية للكاشف بدون ان يؤثر على التغيرات في الإشارة البطيئة والناجمة عن حركة الكرات.

موضوع اخذ بيانات العينات

برنامج قراءة البيانات عمل بشكل مستمر ومتكرر لتسجيل $I(t)$ لعينات محدودة عند نقاط متباعدة بفترات زمنية متساوية. سوف تقوم أنت بتحديد عدد النقاط N المجمع على كل عينة والفترة الزمنية t_s بين النقاط.

بعد ذلك نحسب دالة الارتباط التلقائي من المعادلة التالية

$$R_I(\Delta t) = \langle I(t)I(t + \Delta t) \rangle \quad (74)$$

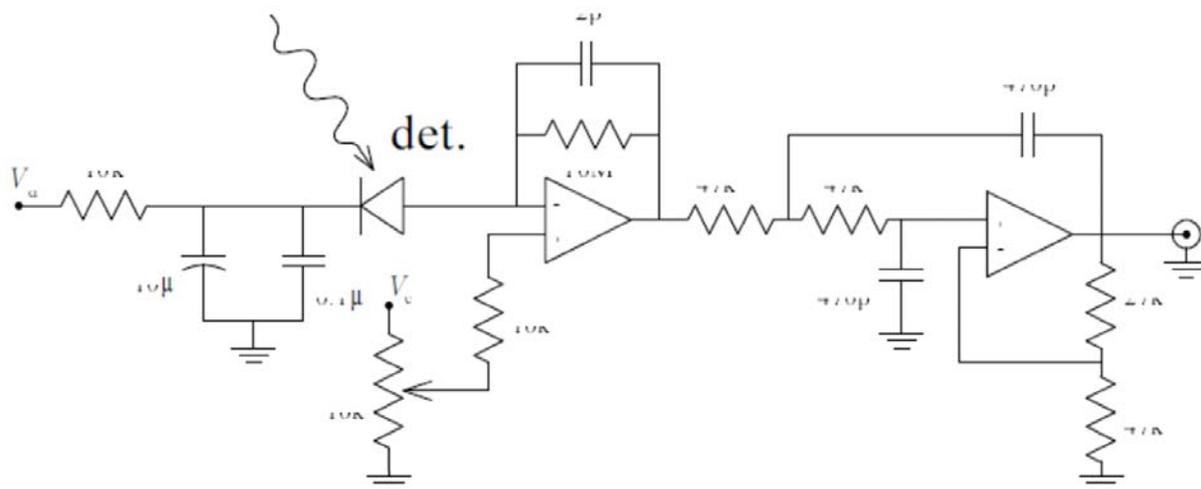
لـ $\Delta t = it_s$ ، $I = 0 \dots N - 1$. والمتوسط على كل t لكل زوج $I(t)$ و $I(t+\Delta t)$ الموجودة في العينة.

إلى ولهذا فان لكل $\Delta t = 0$ يوجد عدد N زوج، ولكل $\Delta t = t_s$ يوجد عدد $N-1$ زوج، و..... و لكل $\Delta t = (N-1)t_s$ يوجد فقط زوج واحد (الأول والأخير في العينة). ولهذا فان لكل Δt بالقرب من $(N-1)t_s$ سوف يوجد فقط أزواج قليلة في المتوسط وجودة هذه النقاط ستكون ضعيفة.

لا بد ان يوجد عدد معقول للنقاط على المنطقة Δt حيث $R_I(\Delta t)$ تضمحل آسيا. وعليه فان t_s يجب ان تكون صغيرة بالنسبة إلى ثابت الزمن $1/\Gamma$ للاضمحلال.



قيمة Γ سوف تقوم بقياسها ستكون حول 1000/s ولهذا فان اقصر زمن لأس ليضمحل بالكامل لي 5 مرات ثابت الزمن) وسيكون تقريبا 5ms. ولهذا فان القيمة الافتراضية لـ t_s هي 0.05 ms وسيكون على الأقل 100 نقطة في $R_I(\Delta t)$ على أول 5 مرات ثابت الزمن حتى لأكثر سرعة اضمحلال. ومع حجم عينة افتراضي $N = 8192$ ،



الشكل 3: مخطط لدائرة الكاشف فوتوديود ذو الانهيار (Hamamatsu S2382). مزود الجهد الكهربائي السالب والموجب للمكبر (OP27) غير موضح

النقطة الأولى $R_I(0)$ سوف تحسب بعدد 8192 زوج في حين ان $R_I(5 \text{ ms})$ سوف تستخدم أزواج اقل بقليل (8093)³.

يقوم البرنامج أيضا بحساب طيف الطاقة $S_I(\omega)$ (المعادلة 39) باستخدام تحويلات فورييه المتقطعة المكافئة للمعادلة 38. ويفضل ان يكون حجم العينة N ان تكون من مضاعفات الـ 2، مثل 8192 ($= 2^{13}$)، ولذلك فان الغوريثيم تحويلات فورييه السريعة يمكن ان تستخدم. وتردد Nyquist في طيف الطاقة 4 يكون نصف تردد العينة ولتجنب التعرج فانه يجب ان تفوق اكبر تردد مقاس. وباستخدام الكاشف عند 7 kHz فان مرشح المرور المنخفض، ومعدل اخذ العينات الافتراضي 20 kHz هو اختيار معقول. والمسافة بين النقاط في طيف الطاقة هو عبارة عن تردد اخذ العينات مقسوما



عدد النقاط في العينة. وباستخدام 8190 نقطة عند 20 kHz يعطي فاصل ترددي يساوي تقريبا 2.5 واتساع طيف الطاقة عن منتصف القيمة العظمى يحدث عند $\omega = \Gamma$ أو $f = \Gamma/2\pi$. وعليه فان اصغر Γ مقاسة في هذه التجربة (حوالي 100)، يمكن ان يوجد عدد قليل من 10 إلى 20 نقطة بيانات داخل منتصف الاتساع واحد.

برنامج جلب البيانات اخذ $I(t)$ عينة متكررة، وحسابات $R_I(\Delta t)$ و $S_I(\omega)$ ، و بجمع كل من هذه الدوال نقطة بنقطة مع النتائج في العينات السابقة حتى تتوقف عملية جلب البيانات.

الطريقة

امان الليزر والسلامة

يمتلك ليزر الهليوم نيون شدة كافية لتسبب ضرر لعينك. ومن الواضح انه يجب أبدا ان تسمح لشعاع الليزر ان يسقط على أي مكان بجوار وجهك. حتى الشعاع المنعكس من الممكن ان يسبب ضرر دائم للعين. وفي الواقع معظم الحوادث التي الناتجة عن الليزر هي ناتجة عن انعكاسات شعاع الليزر عن الأسطح الناعمة. ولكي تتجنب مثل هذه الحوادث يجب عليك إتباع هذه التعليمات:

- (1) أزل كل الأجسام العاكسة التي تحملها أو يحملها من في المختبر مثل الساعات والمجوهرات.
- (2) تأكد انك حجبت كل الأشعة المبعثرة أو المنعكسة عن تجربتك.
- (3) تأكد دائما ان لا تكون عينك في مستوى شعاع الليزر (تذكر ذلك عندما تحتاج ان تتحني لالتقاط شيء).
- (4) كن حذر عندما تغير الأجهزة البصرية في تجربتك بحيث ان تضع بدون اهتمام مرآة أو عدسة في شعاع الليزر.

الكريات ممكن ان تتجمع مع بعض أو اذا كان الماء غير مقطر، فان الجسيمات تبدأ في التجمع حول الكرات. وإذا كنت في شك حول جودة تعليق الجسيمات في السائل، اعمل واحدة جديدة باستخدام قطرة واحدة من الكرات المركزة في خلية بها ماء مقطر.



الكريات أو قم بتخفيف التركيز حتى تحصل على خط تشتت لامع وكامل وتشاهده بوضوح عندما عليه شعاع الليزر.

يمكن ان تحتاج إلى تفرق العينات قبل ان تستخدمها (حتى العينات المحضرة حديثا) وذلك بوضع 1/2 - 3/4 الخلية وتغطيسها في حوض التراسونيك لمدة 15-30 ثانية. ومن المفضل ان تقوم بقياس دالة الارتباط التلقائي (لنقل عند 90°) قبل وبعد ان تشاهد اذا كان هناك أي تأثير لعملية تفريق العينات.

خذ قراءة درجة حرارة الغرفة واستخدم نتائجك لإيجاد قيمة k في التمرين 7.

ولكل حجم كرتين قم بما يلي:

(1) رتب الخلية وشعاع الليزر وعدسة التركيز في صف بحيث ان شعاع الليزر يعمل خط رفيع حوالي 1mm داخل سطح الخلية الأمامي ويكون خط الإضاءة هذا مركز على محور ذراع الكاشف.

(2) ضع شاشة بيضاء في اتجاه خروج الشعاع من الخلية وشاهد نماذج تشتت الضوء حول البقعة الرئيسية واهتزازاتها. اجب على السؤال 2.

(3) باستخدام مستقطب (polarizer)، تحقق من استقطاب شعاع الليزر. وتكد انه ذو استقطاب رأسي بالنسبة للتجربة. ولكن تحقق مما يحدث عندما تغير مستوى الاستقطاب إلى الأفقي. واجب السؤال 3.

(4) ضع العدسة المجمعة في اقرب مكان ممكن من الخلية ولكن بعيدة بما فيه الكفاية بحيث إنها لا تتداخل مع ذراع الدوران. ضع قناع حول الخلية واترك فتحة العدسة متسعة بما فيه الكفاية لتسمح للضوء ان ينتقل عبر السطح الأمامي للخلية، وتأكد انه لا يوجد ضوء يتسرب من الوجه الأمامي أو الخلفي للخلية التي سوف تفحص.

(5) ضع الكاشف في البعد البؤري للعدسة المجمعة.

(6) وصل مصدر الطاقة الخاص بالكاشف ووصل إشارة الكاشف بالاوزيليسكوب. استعن بالمعيد ليتحقق من التوصيلات قبل ان تشغل مصدر الطاقة.

(7) أطفئ ضوء الغرفة وإذا كان ضروريا قم بتغطية أجزاء التجربة بقماش معتم. وقم بضبط مجزئ الجهد في مصدر طاقة الكاشف بحيث يكون قريبا من الصفر. (افحص مستوى الصفر عن طريق



وصيل الاوسيليسكوب بالأرضي وتأكد ان الاوسيليسكوب موضوع على (DC coupled). لاحظ قصى سعة لإشارة noise الصادرة عن الكاشف.

- (8) وصل مخرج الكاشف في المدخل المعنون بـ 1 على صندوق الوسيط (interface box).
- (9) شغل برنامج جلب البيانات DLS واضغط على زر التشغيل في شريط أوامر برنامج LabVIEW اذا لم يكن البرنامج يعمل بالفعل.
- (10) منطقة إعدادات وضبط المدخلات لها أزرار تحكم لتحديد إعدادات التحويل التناظري إلى رقمي ADC. قناة الإدخال يجب ان تكون تطابق مدخل BNC المستخدم على صندوق الوسيط. والقيم الافتراضية لحجم التقسيم (sample size) ومعدل التقسيم الرقمي (sampling rate) تم مناقشتها مسبقا ويجب ان تعمل بشكل جيد لجميع القياسات.

مدى التحكم في ADC الافتراضية هو ± 100 mV ويجب ان تحدد بحيث تكون اصغر ما يمكن بالتوافق جهد الكاشف، والذي يمكن ان يتغير بالاعتماد على زاوية التشتت. تأكد ان تفحص ان القياسات لا تتشعب. اذا كانت الإشارة المبعثرة خارجة عن النطاق المفروض ان تكون فيه فان من الضروري إعادة ضبط أزرار التحكم.

(11) اضغط في البداية على زر جلب البيانات حتى تبدأ دالة الارتباط التلقائي بالظهور بشكل مناسب وناعم. بعد ذلك اضغط على زر إيقاف جلب البيانات. لاحظ ان أي تغييرات في الإعدادات الخاصة بالإدخال لا تؤثر عندما تكون في حالة اخذ القراءات وتصبح فقط مؤثرة عندما تعود وتضغط على زر التشغيل مرة أخرى.

(12) اجمع البيانات حول 8 قيم لـ θ_m بين حوالي 30° و 120° ، اضبط حدود الإدخال والكاشف عند قيم مناسبة لكل إشارة. ويمكن إيجاد θ_m عن طريق ضبط ومحاذاة ذراع الكاشف مع الفتحات في اللوح البصري وخذ \tan^{-1} . حلل كل مجموعة من البيانات كما هو موضح في الجزء التالي.



بل البيانات

نظريا، حتى مع وجود مرشح المرور المنخفض، فان ضوضاء الكترونية تعرف باسم shot noise تصدر من الكاشف ويتوقع ان تعدل النتائج العملية لـ $R_I(\Delta T)$ و $S_I(\omega)$. كما يتوقع ان الضوضاء الالكترونية تلك ان تضيف مقدار صغير من السعة $\delta(\Delta t)$ إلى $R_I(\Delta T)$ وثابت إلى $S_I(\omega)$. وللتذكير هناك قيمة ثابتة متوقعة في $R_I(\Delta T)$ و $\delta(\omega)$ في $S_I(\omega)$. وعليه فان كلاهما يجب ان يحتوي على حد ثابت وحد دالة دللتا ديراك (كلاهما غير مهم). ولتجنب التعامل مع دوال دللتا، تأكد انه النقطة الأولى في كل طيف لم تستخدم في منحنى الملائمة. وعليه فان دالة الملائمة (fitting function) المعادلة 58 مناسبة كما هي ودالة الملائمة لـ $S_I(\omega)$ يجب ان تعدل لتصبح على النحو التالي:

$$S_I(\omega) = A + \frac{B}{1 + (\omega/\Gamma)^2} \quad (75)$$

أي إننا أسقطنا دالة دللتا وأضفنا حد ثابت.

المنحنى للإشارة يمكن ان تتغير اما إلى طيف الطاقة أو إلى دالة الارتباط التلقائي خلال أو بعد جلب البيانات. وإذا قمت بالخطأ بإيقاف البرنامج فقط كل ما عليك فعله ان تضغط على زر تشغيل برنامج LabVIEW والبيانات يجب ان تعود مرة أخرى بالرغم من انك لن تستطيع ان تجمعها لهم. منحنى الملائمة يخزن على في شكل جدول للبرنامج ويمكنك العمل على جزء محدد من البيانات للمنحنى.

بعد جمع البيانات، اختر دالة الارتباط التلقائي ومن ثم قم بملائم باستخدام المعادلة 58 لتحديد أفضل قيم لـ A ، B ، Γ . لاحظ في وصف النموذج المساحة أسفل المنحنى كيف ان الاسم في الـ ind. Var والأسماء في صف المعاملات المقابلة لهم تستخدم في نموذج الملائمة. كذلك لاحظ كيف كتبت المعادلة $a+b*\exp(-100*c*t)$. لمجموعة البيانات الخاصة بنا A و B كانت تقريبا مساوية للـ 1 و Γ في حدود عدة مئات. تذكر أن منحنى الملائمة اللاخطية يتطلب ان نزوده بتخمينات ابتدائية لمعاملات الملائمة من درجة الوحدة. وإذا كانت الملائمة لا تعمل بشكل جيد، فانك من الممكن ان تحتاج إلى زيادة قيم معاملات الملائمة لتجبرهم بان يكونوا قريبين من الوحدة. (إعادة ضبط قيم المتغيرات قد يكون في الأغلب مشكلة اذا كان معامل واحد أو أكثر لا يتغير عن قيم التخمينات الابتدائية). تقنية إعادة ضبط



برات موضحة من خلال نموذج الملائمة الافتراضي والذي يستخدم $\Gamma = 100c$ ولذلك فان معامل
مة c سيكون من درجة الوحدة. اذا قمت بإعادة ضبط المعاملات بهذه الطريقة، تذكر انه يجب ان
تعيد ضبطهم للحصول على المعاملات الفيزيائية الحقيقية.

المؤشر يجب ان يكون مضبوطا على Lock to plot (وهي القيمة الافتراضية) والملائمة سوف تنفذ
فقط على المنطقة بين المؤشر الظاهر على المنحنى. وبرنامج الملائمة يعطي المعاملات بنسبة احتمالية
تقديرية ولكن لا يمكن الاعتماد عليهم. يجب عليك ان تغير نقطة البداية (ولكن لا تشمل النقطة الأولى)
والنقطة النهائية للملائمة للحصول على التخمينات الأخرى لمقدار الاحتمالية أو الشك في Γ . على سبيل
المثال، حاول ملائمة النصف الأول من منحنى الاضمحلال ومن ثم النصف الثاني. لماذا تغير منطقة
الملائمة يؤثر على المعاملات؟ يجب عليك أيضا ان تتحقق من تكرار النتائج عن طريق إعادة بعض
القياسات والملائمة لهم. احتفظ بتسجيل لقيم Γ التي حصلت عليها بحيث تحصل على تخمينات معقولة
لأفضل القيم واحتمالاتهم.

لمجموعة أو مجموعتين حاول ان تقوم بملائمة طيف الطاقة كما تتوقعه المعادلة 75. وتذكر ان هذه
البيانات لطيف الطاقة هي عبارة عن علاقة الشدة مع التردد f بوحدة Hz في حين ان توقع المعادلة 75
معبر عنه بدلالة $\omega = 2\pi f$. ولسهولة القراءة، يمكنك ان تغير ind. Var. إلى f ، وبالرغم من ذلك فهي
متغيرات غير حقيقية. كما يجب الاهتمام بالفرق بين f و ω باستخدام نموذج ملائمة مثل
$$\Gamma = 100c/2\pi a+b/(1+(f/(100*c))^2)$$

قارن بين نتائج Γ من هذه الملائمة مع القيم من ملائمة دالة الارتباط التلقائي . هل يعطيان نفس Γ ؟

اذا أردت ان تحاول استخدام نموذج ملائمة مع ثلاث معاملات، فان كل ما عليك فعله هو ان تسميهم في
صف المعاملات parameters array، واستخدمهم في نموذج الملائمة الجديد، وقم بتزويد البرنامج
بالتخمينات الابتدائية. وإذا أردت ان تحاول تستخدم نموذج الملائمة مع معامل واحد أو اثنين، فان
العملية هي نفسها، ولكن يجب ان عليك ان تضغط على معامل الصف array index (الصفير على
الجانب العلوي الأيسر للصف) للمعاملات والتخمينات الابتدائية ومن ثم اختيار Data
Operation|Empty Array.



ب الانكسار عند جدران الخلية، فان زاوية التشتت الحقيقية θ والزاوية المقاسة θ_m سوف تختلف
هو موضح في الجزء السفلي في الشكل 2. باستخدام قانون سنيل لاستنتاج العلاقة بينهم وتحديد كلا
من θ و θ_m المستخدمة.

نقطة تأكيد: يجب ان تحصل على مجموعة كاملة من القياسات لكل من عيني الكرات الماكروية.
ولحساب قطر الكرة الماكروية يمكن ان تحصل عليه من القياسات عند $\theta_m = 90^\circ$ للتحقق اذا ما كانت
النتائج التي حصلت عليها معقولة.

أسئلة تفكير

اشرح بطريقة نوعية لماذا Γ تؤول إلى الصفر عند $\theta = 0$ ولماذا تزداد مع زيادة θ . عندما تزداد Γ ،
هل يكون اضمحلال دالة الارتباط التلقائي أبطأ؟ عندما تزداد Γ ، هل الاتساع (المحتوى الترددي)
لطيف الطاقة يزداد أم يقل؟ هل هذه التأثيرات تؤدي إلى ان المجال الكهربائي يتغير بشكل أسرع أو أبطأ
بزيادة Γ ؟ هل هذا يعني ان نفس الحركة البراونية يجب ان تنتج تغيرات أسرع أو أبطأ في المجال
الكهربي عند زوايا تشتت كبيرة؟ لان التغيرات في المجال الكهربائي يكون بسبب التغيرات في طور
الأموج المتشعبة عندما تتحرك السميات، يجب علينا ان نتحقق كيف يتغير الطور لحركة الجسم
المعطى. ولهذا، اعتبر الشكل 1 (الجزء العلوي). افترض ان قمم الموجة المتشعبة تنبعث عند كل قمة
من الموجة المستوية الساقطة تصطدم بالمشتب. التغير في طور الموجة المتشعبة عند الكاشف سوف
تكون ناتجة عن سببين محتملين. الأول، اذا كان الجسم يتحرك موازيا لاتجاه الموجة الساقطة وسيكون
عندها تغير مقابل في طور الموجة الساقطة عندما تصطدم بالمشتب، على سبيل المثال، اذا كان الجسم
يتحرك نصف طول موجي في اتجاه الموجة الساقطة، فانه سوف يصطدم بنصف القمة بعد زمن
دوري بالمقارنة عندما يكون مبتعدا عن اتجاه الموجة الساقطة. والسبب الثاني، اذا تحرك الجسم
موازيا لاتجاه الموجة المتشعبة، فانه سيكون بالمقابل تغير في طور الموجة المتشعبة عندما تصطدم
بالكاشف، وعلى سبيل المثال، اذا كان تحرك الجسم نصف طول موجي مبتعدا عن الكاشف، فان القمة
سوف تصطدم بالكاشف بعد نصف زمن دوري. ولذلك اعتبر الآن شكلا مشابها للشكل 1 للزاوية $\theta = 0, \pi/2, \pi$.
ولكل زاوية من زوايا التشتت الثلاثة، اشرح كيف ان الطور عند الكاشف للموجة المتشعبة



لكرة عند النقطة P سوف يتغير عند تحرك الكرة مسافة $\lambda/4$ (a) في اتجاه k_i (إلى اليمين في z و (b) عموديا على هذا الاتجاه (لنقل، للأسفل في الشكل 1). هذه الحالات الستة مع بعضها. وفي النهائية، اربط هذه الحالات مع السؤال الأساسي.

(2) أوصف النماذج التي تلاحظها في الضوء المتشنت على الشاشة. وكلما ابتعدت من مركز (الغير متشنت) الشعاع الضوئي هل تلاحظ أي تغيرات في الحجم وسطوع البقع في نماذج التشنت أو في سرعة ظهورهم أو اختفائهم؟ هل هذا يتفق مع توقعاتك؟ اشرح.

(3) عندما تشغل الليزر والاستقطاب أفقي، ماذا يحدث للضوء المتشنت عند الزاوية 90° بالنسبة لاتجاه الشعاع؟ اشرح مشاهداتك.

(4) الإشارة المقاسة لها مركبة تردد كما هي موصوفة في المعادلة 73. لاحظ من الحد الثاني انه كلما ازدادت Γ فان طيف الطاقة يزداد اتساعا إلى ترددات ذات قيم أعلى وتزيد عن 7 kHz، حدد اكبر قيمة لـ Γ بحيث ان التكامل للحد الثاني في المعادلة 73 يكون اعلي من 7 kHz ليس أكثر من 1% من التكامل الكلي. أي من مجموعة بياناتك سوف يتأثر أكثر بواسطة الفلتر؟ ما مقدار الطاقة المفقودة لهذه المجموعة من البيانات؟

(5) لكل عينة، ارسم العلاقة بين Γ و $\sin^2(\theta/2)$. ماذا تتوقع المعادلة 60 لشكل المنحنى الناتج؟ قم بتنفيذ الارتداد الخطي واوجد الميل ومقدار الشك. هل ملائمة الارتداد تجبر على المرور في نقطة الأصل؟ اشرح. افحص الانحراف rms بين البيانات والملائمة وحدد اذا ما كانت هذه النتائج متفقة مع التوقعات أم لا. استخدم تحليلاتك (والقيم التي حصلت عليها لـ κ) لتحديد قطر الكرة وقارن هذه القيمة مع القيمة المدونة بواسطة المصنع.

تمت الترجمة في
المركز العلمي للترجمة
www.trgma.com

2009-7-5