



Activation gaps for the fractional quantum Hall effect: realistic treatment of transverse thickness

K Park, N Meskini and J K Jain

الفجوات الفعالة للتكميم الجزئي لتأثير هول: معالجة معقولة للسماك المستعرض

قمنا بحساب الفجوة مباشرة من التفاعل الناتج من التماسك الذاتي لتقريب الكثافة الموضعي (local density approximation) (LDA). لقد وجد ان سماكة ليست صفر تعمل تصحيح بمقدار 20-50% لدلالات المتغيرات العملية النموذجية، وتقلل التناقض بين النظرية ثنائية الابعاد النقية والتجربة العملية بمقدار النصف تقريبا، ولكن الفجوات النظرية لازالت مبالغ في تقدير قيمتها كثيرا [18].

هناك تأثيرات اخرى سوف تقلل من الفجوات الى ابعد من قيمها التي حصلنا عليها في العمل الحالي. افتراض واحد هنا هو ان المستويات الالكترونية محصورة في اقل مستوى لانداو (Landau levels) LL ، والتي هي في الحقيقة تقريب فعال في حدود المجالات المغناطيسية الكبيرة جدا، ولكن عند مجالات عملية نموذجية، فان اختلاط مستويات لانداو لا يمكن ان يهمل. انه من المتوقع ان جسيمات composite-fermion (مركبات فيرميون) (CF) واثارة الفجوات سوف يخفض طاقتها بواسطة الامتزاج مع مستويات لانداو الاعلى. تقديرات سابقة [19] تقترح ان تأثيرها تقريبا يصل الى 20%. الفوضى المنتشرة في كل مكان، مهمة في هذه الدراسة، هي ايضا من المتوقع ان تقلل الفجوات. معالجة نظرية يمكن الاعتماد عليها في هذه القضايا هي خارج مجال البحث الحالي.

كما اننا قمنا بحساب الفجوات لأنواع مختلفة من نموذج الجهد، بعضها يختلف عن سلوك تفاعلات كولوم لمسافات قصيرة والبعض الاخر في مدى طويل. السلوك النوعي يعطي مؤشر للعلاقة بين مدى الجهد والاستقرار لمركبات الفيرميون.

هذه المقالة العلمية مرتبة على النحو التالي: في الجزء 2 نقدم وصف مختصر لطرق الحسابية، بالإشارة بالأخص الى تعديلات معينة في التناسق الذاتي لـ LDA في هذا العمل، الملائمة للمشكلة التي نقوم على



حلها، وملخص للدوال الموجية لمركبات الفيرميون واستعراض طريقة مونت كارلو (Monte Carlo). في الجزء 3 نعرض نتائجنا التي حصلنا عليها لفجوات العديد من الكثافات في ثلاثة عينات هندسية: heterojunction، و square quantum well، و parabolic quantum well. في الجزء 5 مناقشة مقارنة نتائجنا مع التجربة، الجزء 5 يتضمن الفجوات لعدة نماذج تفاعل مختلفة، والاستنتاج في الجزء 6.

2. تفاصيل حسابية Computational details

للوصول الى ابغ حد من الكمال، قدمنا عرض مختصر لطرق حساباتنا. القارئ المهتم في المزيد من التفاصيل يمكن ان يجدها في المراجع.

1.2 التناسق الذاتي لـ LDA Self-consistent LDA

بالاتباع الطريقة القياسية [16,20]، يمكن حل التناسق الذاتي لمعادلات شرودنجر وبوزون في بعد واحد للاتجاه العمودي على المستوى الثنائي الابعاد لنظام الالكترتون (هنا اخذنا على محور z):

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + V_{eff}(z)\right) \xi(z) = E \xi(z) \quad (1)$$

$$V_{eff}(z) = V_W(z) + V_H(z) + V_{XC}(z) \quad (2)$$

$$\frac{d^2 V_H(z)}{dz^2} = -\frac{4\pi e^2}{\epsilon} [\rho(z) - \rho_I(z)] \quad (3)$$

$$\rho(z) = N |\xi(z)|^2. \quad (4)$$

هنا، V_H ، و V_W ، و V_{XC} هي طاقة Hartree، والحصر، وجهد الارتباط-التبادل، و ρ_I هي كثافة الذرات المتأينة المانحة. افترض ان جهد الارتباط-التبادل يعتمد فقط على الكثافة الموضعية، والتي هي في العادة تقريب مناسب جدا. المعادلات المذكورة اعلاه تم تعديلها قليلا عن تلك المعادلات المستخدمة عند مجال مغناطيسي يساوي صفر [14] لتتناسب افتراضنا. في الماضي، افترض ان الجهد الفعال لم يتأثر كثيرا بتطبيق مجال مغناطيسي، كما انه قد استخدم تأثير تفاعل المجال صفر في المجالات المغناطيسية العالية [14]. قمنا بعمل تعديلات طفيفة على الحسابات القياسية للمجال صفر، والتي نعتقد انها مناسبة عند مناقشة انحصار الالكترونات في ادنى مستوى لانداو. وهذه هي على النحو التالي:



- (i) عند المجال المغناطيسي صفر، والالكترونات تشغل حزمة او عدة حزم فرعية بالاعتماد على الكثافة. في حساباتنا ادناه، افترضنا انها تشغل فقط حزمة فرعية واحدة. وهذا بوضوح غير طبيعي لكثافات كبيرة عند مجال مغناطيسي يساوي صفر، ولكنه الافتراض الانسب عند المجالات المغناطيسية العالية، حيث فقط ادنى مستوى لاندوا يكون مشغولا. هذا لا يعمل أي اختلاف عند الكثافات المنخفضة، عندما نحل التناسق الذاتي عند مجال يساوي صفر كذلك تشمل الحزمة الفرعية فقط، ولكن النتائج تأثرت بشكل او باخر عند الكثافات العالية. لم نقم بالتحقق كم مقدار الاختلاف التي تحدث بسبب هذه التعديلات عند الكثافات العالية.
- (ii) افترضنا ان الالكترونات مستقطبة بالكامل. وهذا تحت تأثير اننا مهتمين لحالات الالكترونات المستقطبة كليا، والتي هي مناسبة لمعامل الملء لأقل من الوحدة عند مجالات مغناطيسية عالية.

قمنا ايضا بعمل التقريبات التالية.

- (iii) لطاقة الارتباط-التبادل استخدمنا الصيغة المعطاة بواسطة Vosko *et al* [21] بدلا من الصيغة العادية بواسطة Hedin وLundqvist [22]، السابقة اكثر ملائمة للإلكترونات المستقطبة-المغزلية. وهذا لم يؤدي الى اختلاف كمي يذكر، في الحقيقة، اهمال تصحيحات الارتباط-التبادل كليا ايضا هو تقريب جيد في المشكلة الحالية.
- (iv) في heterojunctions ، الدالة الموجية للإلكترون لها سعة صغيرة على جانب AlGaAs، مع حصر اغلب الدالة الموجية الى جانب GaAs. معالجة مناسبة سوف تتطلب اخذ دالة اعتماد العزل الكهربائي (dielectric) على الموقع كذلك اعتماد الموقع على الكتلة، واستبدال التغير في دالة الخطوة (step function) في هذه الكميات عند منطقة التداخل بدالة سلسلة حتى تتأكد من الحسابات يمكن التحكم بها بشكل تقني جيد [20]. لكي نتجنب هذه التعقيدات، افترضنا ان الدالة الموجية محصورة كليا على جانب واحد من الوصلة، وهذا وجد على انه تقريب ممتاز في الحسابات الاولية [20]. بالمثل، لـ quantum well potential، افترضنا حواجز لا نهائية، لنحافظ على الالكترونات خارج العازل. وهذا يجب ان يكون تقريب جيد مع اضافة ان طاقات الالكترونات عميقة في الجدار.
- (v) كثافة شحنة الاستنزاف في الامثلة العملية غير معلومة، ولكن غالبا ما تكون صغيرة [23]، لقد قمنا بتنشيتها على القيمة صفر في حساباتنا. وهذا قد لا يكون تقريب جيد بالأخص عندما تصبح كثافة الالكترونات مقارنة مع كثافة الشحنة في طبقة الاستنزاف. تأثير صورة الشحنة الناتج عن عدم تطابق طفيف في دالة العازل عند منطقة التداخل اهمل ايضا.



تم حل المعادلات المذكورة اعلاه بواسطة الاجراء التكراري حتى حدوث التقارب لـ $\xi(z)$. وبالتالي فان جهد التفاعل الفعال يعطي على النحو التالي:

$$V_{LDA}(r) = \frac{e^2}{\epsilon} \int dz_1 \int dz_2 \frac{|\xi(z_1)|^2 |\xi(z_2)|^2}{[r^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}}. \quad (5)$$

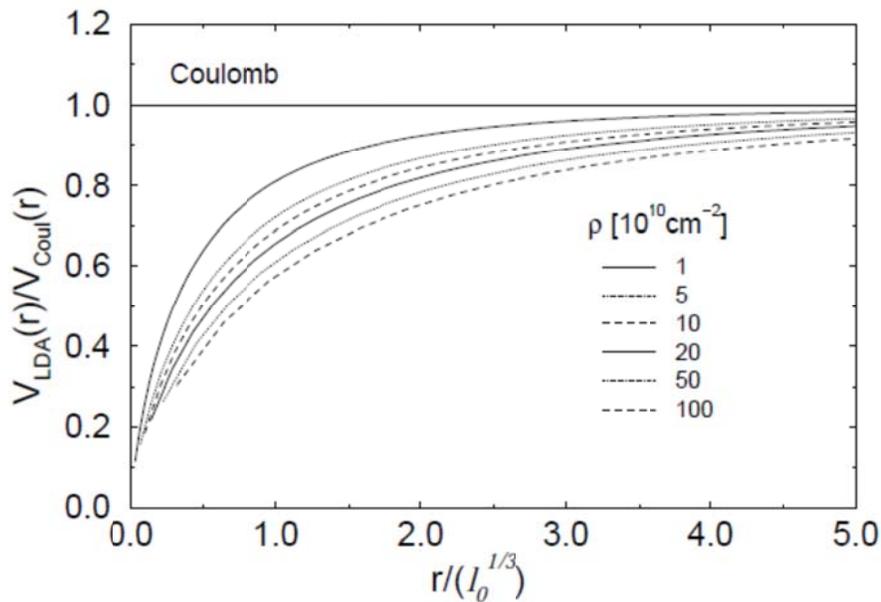
تفاعلات LDA للشكل heterojunction موضح في الشكل 1.

2.2. الدوال الموجية لمركبات الفيرميون Composite-fermion wave functions

قمنا بحساب طاقة الفجوات بواسطة حساب قيم التوقع (expectation values) للتفاعل الطاقة الفعال

في الدوال الموجية لمركبات الفيرميون لمستويات الطاقة الارضية والمثارة: $V = \sum_{j < k} V_{LDA}(r_{jk})$

$$\Delta = \frac{\langle \Phi^{CF-ex} | V | \Phi^{CF-ex} \rangle}{\langle \Phi^{CF-ex} | \Phi^{CF-ex} \rangle} - \frac{\langle \Phi^{CF-gr} | V | \Phi^{CF-gr} \rangle}{\langle \Phi^{CF-gr} | \Phi^{CF-gr} \rangle} \quad (6)$$



الشكل 1. التفاعل الفعال $V_{LDA}(r)$ للشكل heterojunction للكثافات في المدى من $1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ إلى $1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. التفاعل موضح بوحدات تفاعلات الكولوم والمسافة معطاه بوحددة الطول المغناطيسي عند $v=1/3, l_0^{1/3}$.



حيث Φ^{CF-ex} و Φ^{CF-gr} دوال موجية للمستويات الطاقة الارضية والمثارة على التوالي.

استخدمنا الهندسة الكروية في هذا العمل، والذي يعتبر عدد N من الالكترونات على سطح كرة، تتحرك تحت تأثير مجال مغناطيسي قطري قوي. الالكترونات المستقطبة-المغزلية كليا وافترض عدم وجود أي اضطراب. الفيض خلال سطح الكرة يعرف على انه $2Q\phi_0$ ، حيث ان $\phi_0 = hc/e$ هي الفيض الكمي و $2Q$ عدد صحيح. وال- eigenstates للجسيم المفرد هي monopole harmonics [24]، ويرمز لها بـ $Y_{Q,n,m}(\Omega)$ ، حيث $n = 0, 1, \dots$ هي معامل LL، و $m = -Q-n, -Q-n+1, \dots, Q+n$ و $2Q+2n+1$ هي مستويات التحلل (degenerate states) في الرتبة n^{th} لـ LL. وتمثل Ω الاحداثيات الزاوية θ و ϕ . طبقا لنظرية CF [3]، فان مشكلة الالكترونات المتفاعلة عند Q هي مكافئة لتلك مركبات الفريونات ذات التفاعل الضعيف عند شدة مجال القطب المفرد الفعال $q = Q - p(N-1)$. حالات CF في الجسم المتعدد يمكن ان تبني من ما يلي "CF مفردة" من الدوال الموجية [7]:

$$Y_{q,n,m}^{CF}(\Omega_j) = \tilde{Y}_{q,n,m}(\Omega_j) \prod_k' (u_j v_k - v_j u_k)^p \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{q,n,m}(\Omega_j) = N_{qnm} (-1)^{q+n-m} \frac{(2S+1)!}{(2S+n+1)!} u_j^{q+m} v_j^{q-m} \\ \times \sum_{s=0}^n (-1)^s \binom{n}{s} \binom{2q+n}{q+n-m-s} u_j^s v_j^{n-s} U_j^s V_j^{n-s} \end{aligned} \quad (8)$$

$$N_{qnm}^2 = \frac{(2q+2n+1)(q+n-m)!(q+n+m)!}{4\pi n!(2q+n)!} \quad (9)$$

$$U_j = p \sum_k' \frac{v_k}{u_j v_k - v_j u_k} + \frac{\partial}{\partial u_j} \quad (10)$$

$$V_j = p \sum_k' \frac{-u_k}{u_j v_k - v_j u_k} + \frac{\partial}{\partial v_j} \quad (11)$$

تشير هنا الرمز (*) إلى الشرط $k \neq j$ ، و p هو عدد صحيح، $s = q + p(N-1)/2$ ، احداثيات ال- spinor (* هي عنصر الفراغ المعقد المستخدم لتوسيع مفهوم المتجه المكاني من الوكيبيديا) تعرف على انها [25]



$$u_j \equiv \cos(\theta_j/2) \exp(-i\phi_j/2) \quad v_j \equiv \sin(\theta_j/2) \exp(i\phi_j/2).$$

معامل الحدين $\binom{\alpha}{\beta}$ وضعت قيمته صفر اذا كانت $\beta > \alpha$ او $\beta < 0$. الحرف السفلي n في $Y_{q,n,m}^{CF}$ هو معامل CF-LL. لاحظ ان الدالة الموجية لمركب الفيرميون ذو الرتبة j th يشمل كل الإحداثيات لكل الالكترونات. في الصيغة المكتوبة اعلاه، الدالة الموجية CF محصورة كلياً في ادنى مستوى الكتروني LL.

الدوال الموجية في للنظام المتعدد مركبات الفرميونات هو نفسه مثل الدوال الموجية المناظرة للإلكترونات الغير متفاعلة عند q ، ولكن مع استبدال $Y_{q,n,m}$ بـ $Y_{q,n,m}^{CF}$. المستوى الارضي الغير قابل للانضغاط يحتوي على اعداد صحيحة لـ LL الممتلئة بمركبات الفرميون. تتكون المستويات المثارة بواسطة رفع مركب فيرميون واحد من اعلى مستوى مشغول في CF-LL الى ادنى مستوى غير مشغول في CF-LL، وهذا يكون زوج من جسيم وفجوة CF. نحن مهتمون في طاقة الاثارة في حدود تكون المسافة بين جسيم CF و فجوة CF كبيراً، وبالتالي اعتبرنا ان المستوى المثار والذي يكون على الاقطاب المعاكسة على الكرة. قبل اجراء عملية فك لنتائجنا للحد $N \rightarrow \infty$ ، قمنا بتصحيح التفاعل بين جسيم CF وفجوة CF، والتي تعادل طرح $-(2p+1)^{-2}/2\epsilon\sqrt{Q}l_0$ ، طاقة التفاعل لجسيمين نقطيين بشحنة $e/(2p+1)$ و $-e/(2p+1)$ عند مسافة $2R$ ، حيث $R = \sqrt{Q}l_0$ هي نصف قطر الكرة. كما ايضا قمنا بتصحيح لانحراف عن الحجم المحدود للكثافة عن القيمة الثيرموديناميكية، من خلال الضرب في المعامل $\sqrt{(p/\rho_N)} = \sqrt{(2Qv/N)}$ ، حيث ρ هي الكثافة الثيرموديناميكية و ρ_N هي كثافة نظام من عدد N من الجسيمات.

ركزنا هنا ان كل الدوال الموجية للمستوى الارضي والمستوى المثار المذكورين في الاعلى لا تحتوي على معاملات غير قابلة للتعديل، فهي تحدد بشكل كلي من خلال التماثل في قيود فضاء هيلبيرت Hilbert space للدوال الموجية CF. كذلك لان الدوال الموجية المتكونة هنا هي في فقط في داخل ادنى مستوى الكتروني LL، طاقاتها سوف تزود روابط متغيرة. بالطبع، لا يوجد نظرية متغيرة لفرق الطاقة ولكن الدوال الموجية لـ CF معروف انها دقيقة جداً، فنتج فجوات بدقة عالية لجهد التفاعل المعطى، على الاقل لـ $1/3$ ، و $2/5$ ، و $3/7$ ، للنتائج المعروفة للنظام المحدود. لهذه النسب أي خطأ في الفجوات سوف يكون سببه الاساسي هو التقريبات المتعددة في حساباتنا للتفاعل الفعال، بقدر الاهتمام بتأثيرات الاتساع المحدود، فإننا نتوقع ان حسابات الفجوة تكون مقبولة في مستوى 20% [14].



ميزة غير عادية للدالة الموجية لمركب الفيرميون هي انها مستقلة عن الصيغة الحقيقية للتفاعل، لأنها لا تمتلك متغيرات بحاجة للتعديل. في حين هذا يبدو متعارض من النظرة الاولى، الا انه يقتنع حقيقة ان الدوال الموجية الحقيقية (كما تم تعيينها، في دراسات diagonalization مضبوطة) هي ايضا غير حساسة لتكون التفاعل. هذه الصرامة ضد الاضطرابات يمكن ان تفهم فيزيائيا قياسا على QHE (تأثير هول الكمي) الكلي.

الدوال الموجية للإلكترون عند معاملات ملء صحيحة تكون مستقلة عن التفاعل مع ان يكون صغيرا بالمقارنة مع فجوة السيكلوترون (أي ان اختلاط مستويات لاندوا مهمة). في نظرية CF، هذا يؤدي إلى ان التفاعل يعتمد على الدالة الموجية مهمل طالما ان التفاعل المتبقي بين مركب الفيرميونات ضعيف بالمقارنة مع فجوة سيكلوترون CF. للحالات $n/2n + 1$ مع قيمة كبيرة لـ n ، فجوة سيكلوترون CF قد لا تكون ضرورية بالمقارنة مع التفاعلات الداخلية لـ CF، والدوال الموجية الحقيقية يمكن ان يكون لها اعتماد على شكل التفاعل. في حين ان الدوال الموجية الحقيقية ليست معروفة لكل هذه الحالات، وقد يكون ممكنا ان نتحقق من هذا الموضوع في طريقة التغير عن طريق ادخال بعض درجات الحرية في التغير والذي يسمح الخلط بين CF-LLs لتحديد مدى الاضطراب في الدالة الموجية لـ CF. نحن سوف نستمر هنا بالعمل على الدوال الموجية لمركب الفيرميون الغير مضطرب، مع التحذير بان هذه النتائج لا يمكن الاعتماد عليها كليا في حالة n كبيرة (تشك ان خطأ اساسي في الدالة الموجية CF لا يزال صغيرا بالمقارنة مع الشك الناتج من طرق مونتي كارلو ومن التقريبات العديدة الداخلة في تقدير التفاعل المتبادل).

3.2. طريقة مونتي كارلو The Monte Carlo method

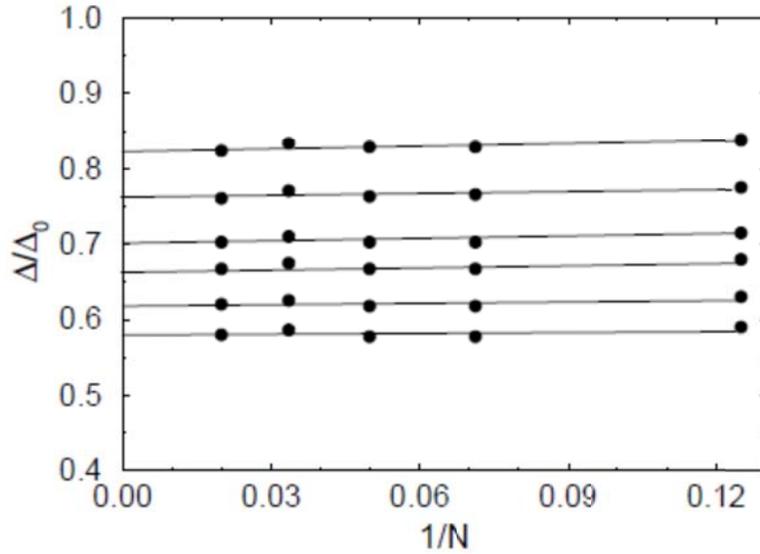
طريقة مونتي كارلو المستخدمة في بحثنا هذا طريقة مباشرة. لسوء الحظ، ليس من الممكن استخدامها في مشكلتنا كطريقة موفرة للوقت لتحديد الدوال الموجية للفيرميون بطريقة Slater [26]، لان الجسم المفرد المتحرك تتغير كل عناصره المحددة، نتيجة لطبيعة الترابط القوي للمشكلة (تذكر ان الدالة الموجية لكل مركب فيرميون تعتمد ايضا على مواضع الفيرميونات الاخرى). ولهذا علينا ان نحسب المحدد Slater عند كل خطوة، والتي تأخذ $O(N^3)$ عملية وليس $O(N^2)$. على كل حال نحن قادرين لتحسين الدقة من خلال تحريك كل الجسيمات في كل خطوة. لاحظنا ان طاقة المستويات المثارة والارضية يجب ان تقيم بدقة حتى نحصل على تقدير معقول يعتمد عليه للفجوة، والذي هو مقدار $O(1)$. كما اننا استخدمنا حقيقة ان نسبة الفجوة الى الفجوة المرجعية (وهي لتفاعل كولوم النقي) لها اختلاف بسيط عن الفجوة نفسها من



تطبيق واحد لمونتني كارلو لأخر. الحسابات نموذجية على طاقة الفجوة تتطلب 107 خطوات مونتني كارلو، وهذه تأخذ 200 ساعة عمل على الكمبيوتر يعمل بسرعة 500MHz. ولأنه لا يوجد حواف في الشكل الهندسي الذي ندرسه، فإننا نتوقع ان الفجوة لها اعتماد خطي على N^{-1} ، والتي ايضا مشمولة في نتائجنا. ولهذا فإننا حصلنا على حدود الثيرمودينامك بالملائمة الخطية لفجوات النظام المحدود. الخطأ حدد بواسطة طريقة اقل مربع عياري (standard least-squares).

3. النتائج Results

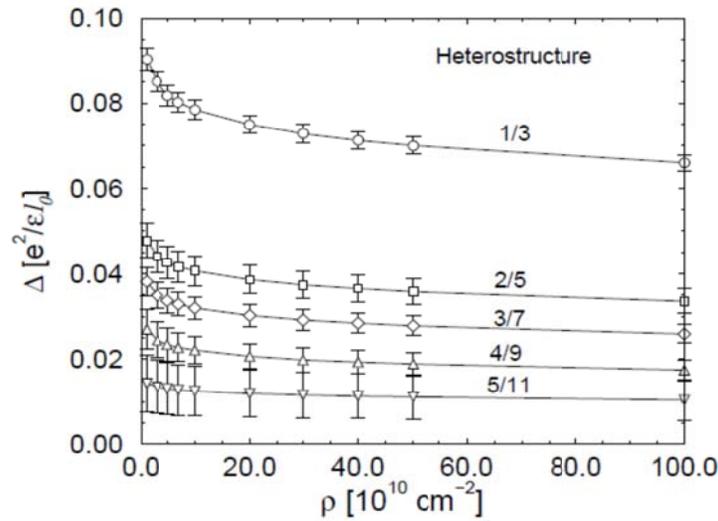
المدخلات الوحيدة في حساباتنا هي كثافة الالكترن والشكل الهندسي للعينة. لقد قمنا بحساب الفجوات في مدى الكثافات (من $1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ إلى $1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$) والاشكال الهندسية الثلاثة الاكثر انتشارا في التجارب هي: heterojunction، و square quantum well (SQW)، و parabolic quantum well (PQW). كل النتائج حصلنا عليها بواسطة الاستقراء الخارجي (extrapolation) لنتائج النظام المحدود للحد $N^{-1} \rightarrow 0$ ، وكما هو مبين في حالة $\nu=2/5$ في الشكل 2،



الشكل 2. الاستقراء الخارجي (Extrapolation) للفجوة المنشطة عند $\nu=2/5$ للحد الثيرموديناميكي ($N^{-1} \rightarrow 0$) للشكل الهندسي heterojunction للكثافة (من الاعلى) $1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ، $3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ، $1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ، $1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. شك مونتني كارلو اقل من حجم الرمز المستخدم والخط المتصل هو افضل ملائمة للخط المستقيم. تحتوي الانظمة على 50 مركب فيرميون.



تحتوي الانظمة على 50 جسيم تلك التي اعتبرت للاستقراء الخارجي (extrapolation) الاشكال 3، 4، و5 تبين الفجوات كدالة في الكثافة للعديد من الاشكال الهندسية. ولان النسب Δ/Δ_0 محدد بشكل دقيق، كما هو في الشكل 2، فان الشك في Δ يأتي معظمه من Δ_0 ، والتي استخدمنا لها القيم الموفرة في المرجع [7]. وكثافة العينة النموذجية تساوي $2 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ ، وفجوة $1/3$ تناقصت بمقدار 30% تقريبا في الـ heterojunction، وبـ 30% في الـ square quantum well باتساع يساوي 300 \AA ، و50% في الـ parabolic quantum well. وكما هو متوقع، تصل الفجوات الى قيم كولوم عند كثافات صغيرة في الشكل الهندسي heterojunction، وكذلك في QW ذو الاتساع الصغير في الشكل الهندسي quantum well.



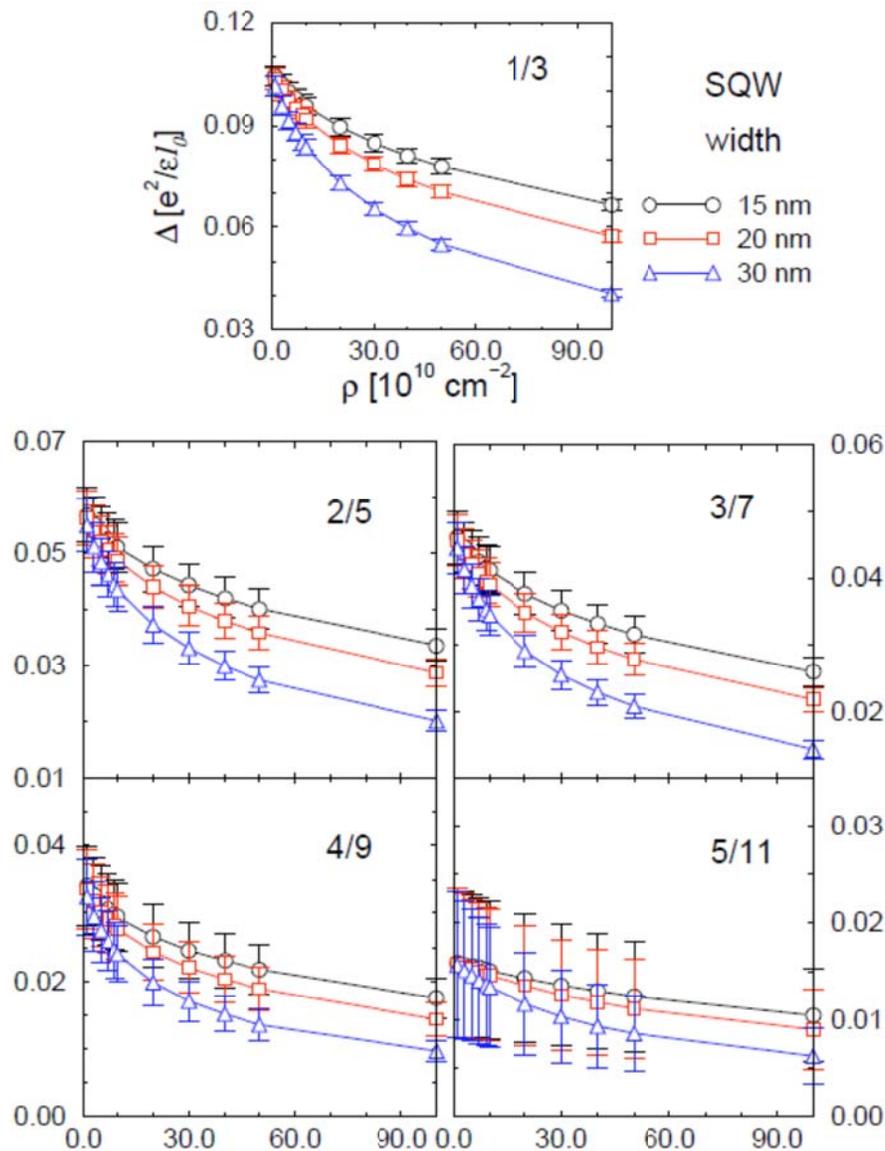
الشكل 3. توقعات CF للفجوات في الشكل الهندسي heterojunction كدالة في الكثافة ρ في المدى من $1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ إلى $1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ، لحالات FQHE عند $1/3$ ، $2/5$ ، $3/7$ ، $4/9$ ، و $5/11$ ، مع معاملات ملء مشار لها في الشكل. تم التعبير عن الفجوات في $l_0 e^2/\epsilon$ حيث ان ϵ هي معامل العزل لمادة الارضية ($\epsilon \approx 13$ GaAs) و l_0 هي الطول المغناطيسي.

حسابات مشابهة للفجوة اجريت بواسطة Ortalano *et al* لـ $\nu=1/3$ ، حيث حصل على تقليل اكبر للفجوة، لسبب لم يكن معروف في ذلك الوقت. الجهد الفعال (pseudopotentials) من تفسيراتنا متفق مع تفسيراتهم، بشرط ان نصف قطر بور يساوي طول المجال المغناطيسي. الفجوات التي في المرجع [14] كانت لنظام من 6 جسيمات في حين اننا حددنا الحد الثيرموديناميكية، والتي من الممكن ان تحسب كجزء في التناقض والخلاف، كذلك النتيجة في المرجع [14] تم الحصول عليها من diagonalization التام لـ Hamiltonian كمعكس لحساباتنا والتي تستخدم الدوال الموجية لـ CF، ولكن هذا لا يجب ان يسبب اختلاف لا يتعدى نسبة مئوية قليلة.



4. المقارنة مع التجربة Comparison with experiment

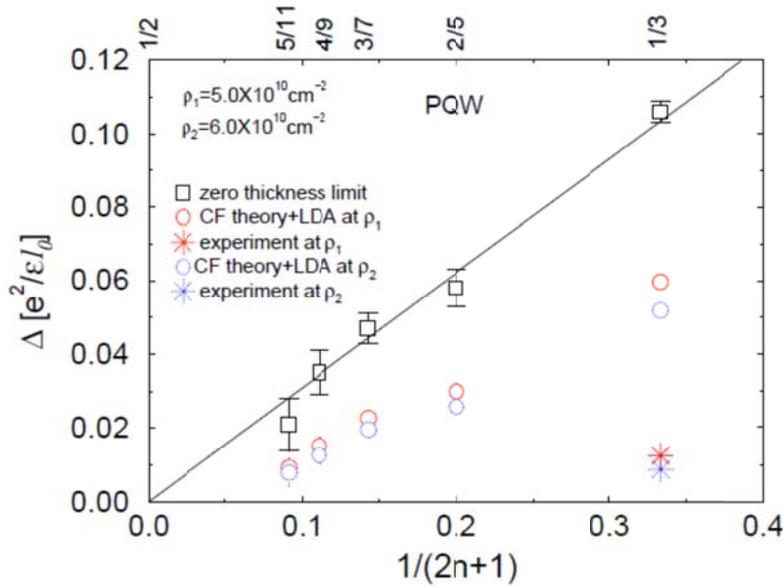
يبين الشكل 6 مقارنة بين نتائجنا للشكل الهندسي heterojunction لتجربتين بكثافتين مختلفتين [27]. السمك المحدود يقلل الفجوات من قيم كولوم النقية ويجعلهم متوافقين اكثر من التجربة. الشكلين 7 و 5 تقارن حساباتنا النظرية للفجوات مع الفجوات العملية في مربع [28] والقطع المكافئ [29] لـ quantum wells. هنا مرة اخرى الفجوات تقل قيمة كولوم النقية لهم، ولكن انحراف كبير يبقى قائما بين النظرية والتجربة.



الشكل 4. توقعات CF للفجوات في الشكل الهندسي square-quantum-well (SQW) لكثافات في المدى من $1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ إلى $1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ، لاتساعات quantum well 150 \AA ، و 200 \AA ، و 300 \AA . معاملات الملء موضحة في الشكل. وعناوين المحاور موضحة فقط لـ $1/3$ للتسهيل.



هناك الكثير من المصادر الممكنة التي تسبب هذا الاختلاف بين الفجوات العملية والفجوات النظرية. هناك تقريبات تدخل في تحديدنا للتفاعل الفعال، والتي تؤدي الى 20% شك في قيم الفجوات النظرية [14]. لذا هناك تأثيرات تركت في النظرية، تسمى خلط مستوى لاندوا والاضطراب. خلط مستوى لاندوا قد يكون هو الاكثر تأثيرا في العينات من النوع الفجوات (هنا square quantum well [28])، نظرا لطاقة السيكلوترون الصغيرة نسبيا للفجوات. الاضطراب من المحتمل ان يكون مهمل ربنا في القطع المكافئ quantum wells، نظرا مزيج الاضطراب، والذي يؤدي الى حركة قليلة نسبيا، الاخمد القوي في فجوات PQW بالنسبة للقيم المحسوبة تشير الى ان الاضطراب يمكن ان يكون من ناحية المقدار مهم. وفي ضوء هذه المناقشة، المقارنات لنتائجنا مع فجوات heterojunction هي الاكثر معنى. رسالة واحدة يمكن ان نأخذها من اختلافات خلط مستوى لاندوا والاضطراب هي عمل تصحيح كبير للفجوات المتوقعة في التجارب النموذجية. وكما ذكر سابقا لـ 5/11 و 6/13،

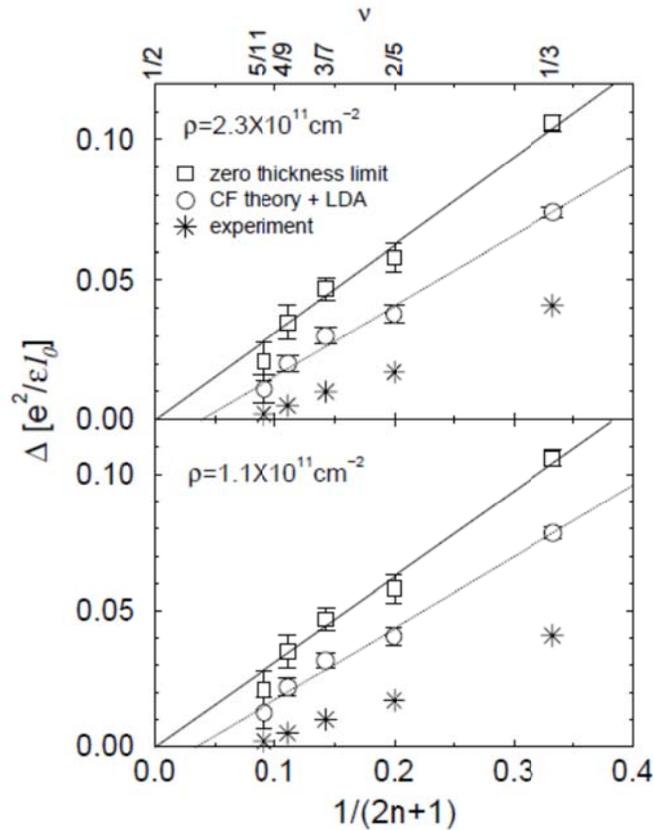


الشكل 5. توقعات CF للفجوات في الشكل الهندسي (parabolic-quantum-well (PQW) لكثافتين هما $5.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ و $6.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ كدالة في معامل الملء (المحور العلوي). المربعات هي تفاعل كولوم النقي، الدوائر لتفاعل LDA، والنجوم للنتائج العملية المأخوذة من Shayegan *et al* [29]. الـ PQW العملية هي باتساع 3000 \AA ، بتحدب $\alpha = 5.33 \times 10^{-5} \text{ meV \AA}^{-2}$ وارتفاع الحاجز من القاع $V_0 = 276 \text{ meV}$. فاننا ثبتنا ارتفاع الحاجز في مالا نهاية في حساباتنا لـ LDA.



الاطءاء الجوهريفة فف الءوال الموءفة CD "الغير مضطربة"، لم ءءء بعء، كءلك فمكن ءكون مسؤولة عن الانءرافاء بفن النظرفة والءءربة.

الاسءءراء الرفاضف (extrapolation) للءوءاء العملفة ءقءرء ان هءا فمكن ان فزول عنء n مءءوءة. بالءاكفء، أف كمفة مءموءة للاضطراب سوف ءسبب مءل هءا السلوك. ولكن، سؤال مهم هو اذا ما كانت الفءوءاء سوف ءزول عنء n مءءوءة ءءف فف ففاب الاضطراب. لا فوءء سبب اساسف لعءم ءءوء ءلك. فف ءساباءءنا، بفنما اسءءراء فءوءاء كولوم الى الصفر عنء $\nu=1/2$ ، ءاآل شك عءءف، فان الفءوءاء ءاء السمك الغير صفرف ءظهر على انها ءزول عنء n مءءوءة (على امءءاء ءءسلسل $\nu=n/(2n+1)$ ، على الاقل لملاءمة الءط المسءقم الءف فناسبهم فف الرسم البفانف. هءا هو الاوضء للنعصان فف الفءوءة الكبفره نسبفا، على سببل المءال، فف الـ heterostructure او انظمة الءءع المكافئ quantum well. هءه النءاءء من الممكن ان ءشفر الى ففاب جوهرف لـ FQHE لـ n اكبر من الففة الءرءة، ءءف للءالة المءالفة بعءم وءوء ءلط مسءوى لانءاؤ وءم وءوء اضطراب. هءا لا فنءبءق، على كل ءال، ءفء ان نظرفة مركب الففرمفون ءصبء غير مءءققة هنا، ولكن فقط مركب الففرمفونات لا ءظهر العءء الءقففف QHE (IQHE)، افءراضفا لان ءفاعلاء CF الءاآلفة المءبقة ءزءاء بشكل كبفر مع نعصان الفءوءة، وفف النهافة ءشوه الفءوءة بالءامل. (لأءظنا ان المءالاء المءناطفسفة، ونظام الالءءرون كءلك لا فعرض IQHE، ونقءة بءافة افضل هنا هو بحر ففرمف (Fermi sea)، مع الءعامل مع مءال مءناطفسف على انه اضطراب، ولفس ءالة مسءوى لانءاؤ مءءلئ.) هءا النوع من الانءلال فف FQHE، اذا ءءء فعلاء، سوف فكون نءفءة للءعءفل قصفر المءف فف ءفاعل الالءءرون الءاآلف نءفءة للسمك الغير صفرف، للءمفر عن الاحءمالاء الاآرف، نوءشء فف الءراء ءالف، والءف ءءعامل مع سلوك الءفاعل فف مءف ءوفل.



الشكل 6. مقارنة للفجوات النظرية والعملية للشكل الهندسي heterojunction لكثافتين مختلفتين موضحتين في الشكل. المربعات لتفاعل كولوم القوي، والدوائر لتفاعل LDA، والنجوم اخذت من تجربة [27] Du et al.

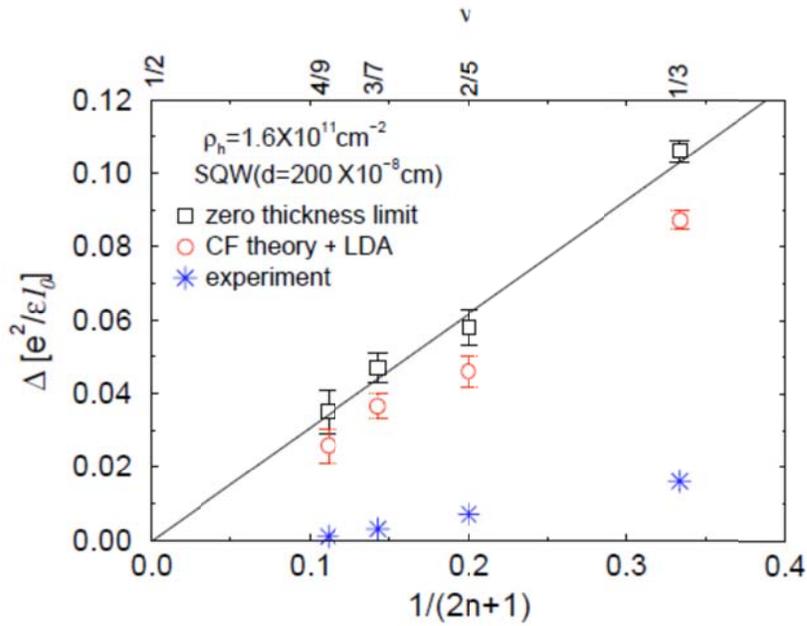
الفجوات الفعالة يمكن ان تتعادل مع طاقة السيكلترون الفعال لتعريف الكتلة الفعالة لمركب الفيرميون [30]:

$$\Delta = \hbar \frac{eB^*}{m^*c} = \frac{\hbar^2}{m^*l_0^2} \frac{1}{(2n+1)} \quad (12)$$

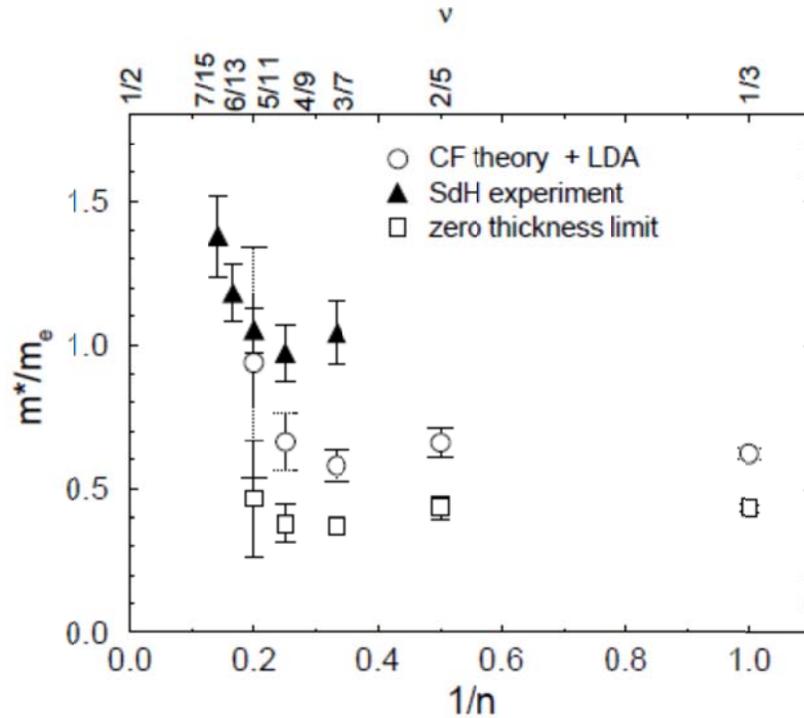
حيث اننا استخدمنا حقيقة ان المجال الفعال لمركب الفيرميون يعطى بـ $B^* = B/(2n+1)$ عند $v = n/(2n+1)$ ومن جهة اخرى، لان الفجوات تحدد بالكامل بواسطة تفاعل كولوم (فان الطاقة الوحيدة في المستوى الادنى LL تحصر المشكلة)، وهم يجب ان يتناسبوا مع $e^2 = l_0$ ، بما يتضمن $\sqrt{B} \sim m^*$. هذا يقترح ان الفجوات، مقاسة بوحد $e^2 = \epsilon l_0$ ، تتناسب طرديا مع $(2n+1)^{-1}$ ، متناسق مع السلوك الذي وجد



في حساباتنا لتفاعل كولوم. ولكن، للفجوات الحقيقية، فإن الكتلة الفعالة لها اعتماد على معامل الملاء. الشكل 8 يوضح الكتلة الفعالة التي حددت من قياس الفجوات نظريا، مع الكتلة الفعالة المستنتجة من تحليل الاهتزازات المقاومة عند شدة B^* صغيرة. بدلالة اهتزازات Shubnikov–de Haas للفيرميونات العادية [31,32]. لوحظ ان الكتلة الفعالة العملية تزداد مع زيادة n [32,33]، نتائجا تقترح ان هذا الجزء الذي يزداد يمكن ان يحدث بواسطة تنعيم المسافة القصيرة لتفاعل كولوم نتيجة سمك العينة الغير صفري. انحراف لوغارثمي للكتلة المتوقعة بواسطة طريقة Chern–Simons [30] لها اصول فيزيائية مختلفة، انها محكومة بسلوك المسافة الطويلة للتفاعل.



الشكل 7. مقارنة قيم الفجوات التي نتجت من التجارب العملية مع قيمها النظرية للشكل الهندسي square-quantum-well. المربعات هي لتفاعل كولوم النقية، والدوائر لتفاعل LDA، والنجوم اخذت من Manoharan *et al* [28].



الشكل 8. كتلة مركب الفيرميون (m^*) بوحدات كتلة الإلكترون في الفراغ (m_e) كدالة في معامل الملء لعينة heterojunction والتي لها كثافة تساوي $2.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. كلا من الكتلة المحسوبة من الفجوات النظرية في الشكل 6 (الدوائر للحسابات المنطقية، والمربعات للسمك العرضي الصفري) والتي استنتجت من تحليل تجربة SdH (المثلثات من [32] Du *et al*) موضحة.

5. نماذج التفاعلات Model interactions

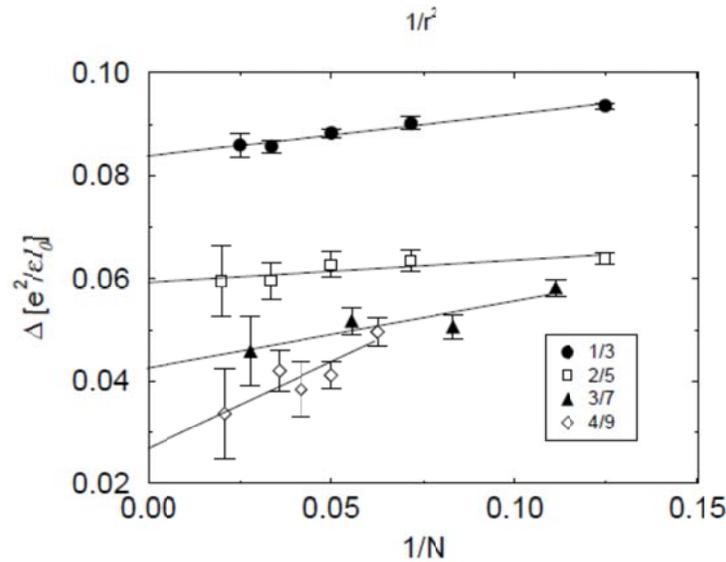
استخدمت نماذج التفاعلات في الماضي لدراسة تأثير السمك المحدود. هناك اسباب اخرى للتحقق عن سلوك الفجوات لأنواع متعددة من التفاعل. أولاً، طرق تحليلية محددة وجدت بعض اشكال التفاعل اسهل للتعقب، ونتائجنا من مونت كارلو زودت بفحص لمدى تحققها [34]. ثانياً، مجال Chern–Simons للتكوين النظري لمركب الفيرميونات وجدت ان الـ CF في بحر فيرمي تسلك سلوك مختلف بالاعتماد على اذا ما كان التفاعل على مدى اقصر او على مدى أكبر من كولوم [30]، هناك خصوصية تحت حمراء في الطاقة الذاتية للمذكور اولا (المدى الاقصر)، مما يشير الى انحراف الكتلة الفعالة لمركب الفيرميونات، لتفاعل كولوم، والسلوك اللوغاريتمي المتوقع، بينما لا يحدث انحراف للتفاعلات التي على مدى اطول من كولوم. من المعقول ان الفيزياء المشار لها هنا من الممكن ان ننظر لها بشكل بعيد عن بحر CF، في المنطقة FQHE، وثالثاً واخيراً، من المحتمل تغير شكل التفاعل، على سبيل المثال، بتصنيع غاز الكتروني ثنائي الابعاد قريب من المستوى المتوازي الموصل. بدافع هذه الاعتبارات، قمنا



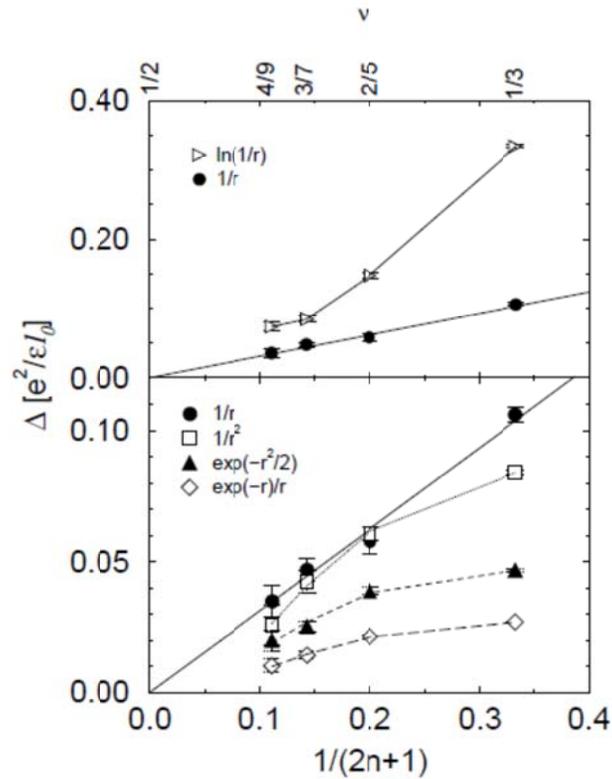
بحساب الفجوات للعديد من انواع القوى التنافرية: $1/r^2$ ، لوغاريتم $(\ln 1/r)$ ، جاوسيان $(\exp(-r^2/2))$ ، ياكوا $(\exp(-r)/r)$ ، $ZDS (e^2/\sqrt{(r^2/\lambda^2)})$.

الاستقراء الرياضي (extrapolations) للحجم المحدود للفجوات موضح في الشكل 9 لتفاعلات r^{-2} . الشكل 10 يتنبأ بالفجوات لأكثر من جهد، نتائج كولوم موضحة هنا كمرجع. الجهد طويل المدى (على سبيل المثال اللوغاريتمي) يمتلك سلوك مختلف عن جهد المدى الاقصر. في الحقيقة هناك مؤشر بان الاخير، الفجوات يمكن ان تزول عند n محدودة، والذي يجعلنا نعتقد بان هناك ارتباط مع الانحراف تحت الاحمر المتوقع بواسطة طريقة Chern-Simons [30]. وكما اكدنا من قبل، نحن نعمل مع الدوال الموجية التي المستقلة عن شكل التفاعل، وهذا يطرح التساؤل حول اهمية هذه الدراسة لموضوع الاستقرار لبحر CF، هنا، نظرا لفقر الفجوة للإثارات فان الدوال الموجية على الاقل في سلوك المسافة الطوية، سوف يكون من الضروري ان يكون حساس جدا للتغيرات في التفاعل. يجب علينا ان نتذكر ان الدوال الموجية لـ CF متوقع ان تكون دقيقة طالما الفجوة ليست صغيرة، وفي هذه الحالة لحالات CF مع فقط بضع مستويات CF-LL ممتلئة، ولهذا نحن نعتقد ان هذا التوجه في دراستنا مهم.

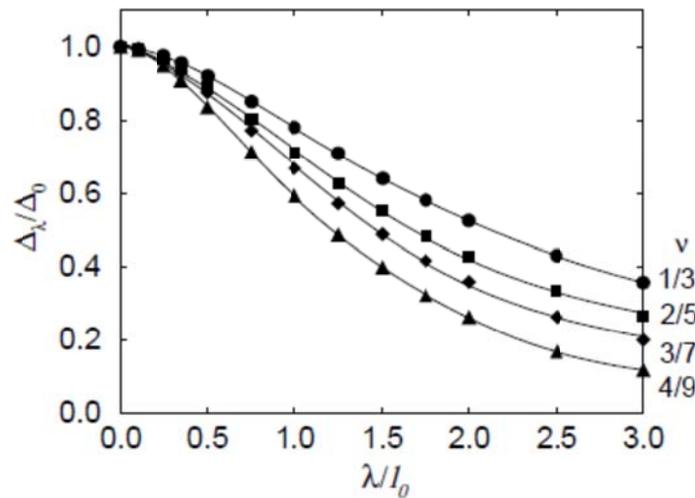
الشكل 11 يوضح الفجوات لجهد ZDS كدالة في λ . الفجوات للقيم الثابتة من λ/l_0 موضحة في الشكل 12 والكتل الفعالة المشتقة منهم في الشكل 13.



الشكل 9. تقدير الحد الثيرموديناميكي للفجوة من نتائج النظام المحدود لتفاعل r^{-2} لـ $1/3$ ، $2/5$ ، و $3/7$ ، و $4/9$.



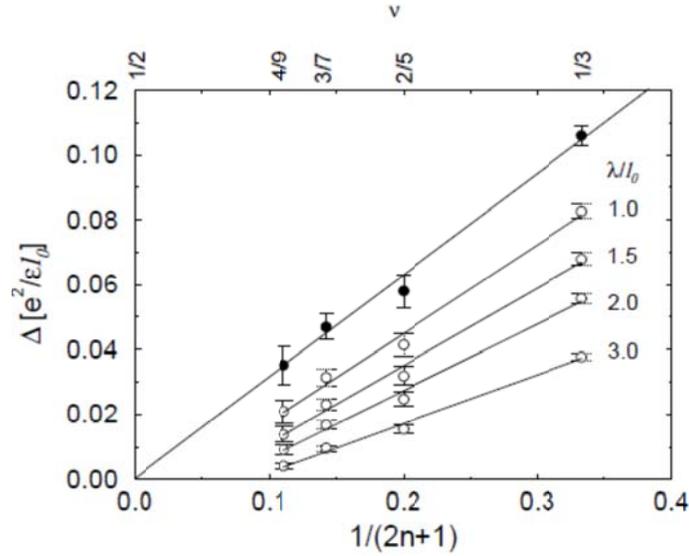
الشكل 10. الفجوات النشطة عند $1/3$ ، $2/5$ ، $3/7$ ، و $4/9$ لعدة نماذج تفاعل فجوات كولوم النقية موضحة كمرجع. كل المسافات المدونة هنا بوحدات الطول المغناطيسي، l_0 .



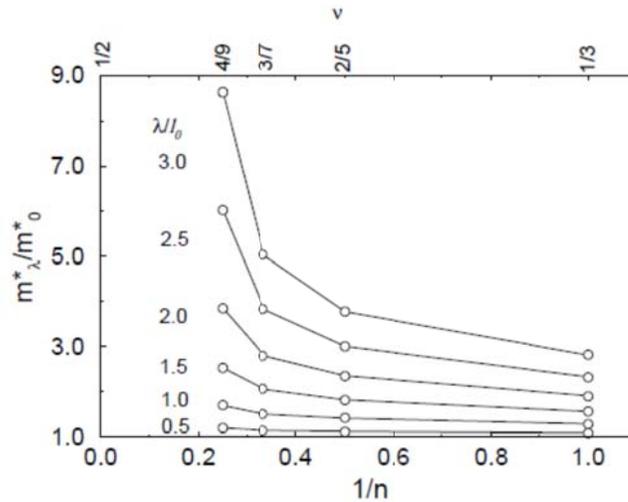
الشكل 11. الفجوات الفعالة عند $1/3$ ، $2/5$ ، $3/7$ ، و $4/9$ لجهد Zhang–Das Sarma، مرسومة كدالة في λ . Δ_0 هي الفجوة لتفاعل كولوم النقي.



(لاحظ ان λ/l_0 بقيت ثابتة هنا وليست λ ، ولكن بما ان الطول المغناطيسي لا يتغير بشكل كبير في مدى معاملات الملء، فان النتائج مستقلة عن التي اخذنا على انهما ثابتان.) هذه الاشكال توضح انه لـ



الشكل 12. الفجوات النشطة لقيم متعددة من $\lambda = l_0$ كدالة في معامل الملء لجهد Zhang–Das Sarma. الخط المتصل هو افضل خط مستقيم يلائم كل الفجوات.



الشكل 13. نسبة الكتل الفعالة لـ CF لتفاعل ZNS (التي حصلنا عليها من الفجوات في الشكل 12) الى الكتلة الفعالة لتفاعل كولوم للعديد من القيم لـ l_0/λ .

جهد ZDS ايضا، مشابه لحالة الجهود الحقيقية، الملائمة بخط مستقيم يعبر من خلال الفجوات له تقاطع سالب، والكتلة الفعالة تزداد كلما اقتربنا من ملء نصف مستوى لانداو. السلوك الكلي مشابه الى حد ما



لأكثر حسابات LDA تعقيداً، بالمقارنة مع الشكليين يتبين ان القيم المناسبة لـ λ للعينات في تجارب Du *et al* [27] هي $l_0/\lambda \approx 1$ ، وهي ايضا متفقة مع Morf [17].

6. الاستنتاج Conclusions

لقد اجرينا اعمق دراسة مكثفة حتى تاريخه لتأثير الاتساع العرضي غير الصفر على الفجوات (gaps) الفعالة لحالات FQHE. تم حساب التفاعل الفعال بين الالكترونات بواسطة نظرية ال نظرية الكثافة الفعالة في LDA، والتي استخدمت بعد ذلك في تحديد الفجوات في حالات CF حتى خمسة مستويات ممثلة CF-LL (تقابل FQHE عند 1/3، و2/5، و3/7، و4/9، و5/11). تم اعتبار العديد من الاشكال الهندسية المختلفة، والنتائج النظرية قورنت مع النتائج العملية. استنتج انه للدلالات التجربة العملية النموذجية، ان السمك الغير صفري يقلل الفجوة بـ 30%، والتي لا تعبر بالكامل عن الفجوات الملحوظة. هذا يؤكد على اهمية الاثار التي تركتها دراستنا.

كذلك اعتبرنا عدد من التفاعلات النموذجية، واكتشفنا فرق نوعي في الاعتماد على اما ان يكون التفاعل على مدى اطول او اقصر من كولوم. وجدنا ان الفجوات لحالات FQHE تتناقص بسرعة للأخيرة، وعند الوصول الى بحر CF، والذي يتوافق مع التوقعات المعتمدة على صيغة Chern-Simons لمركب الفرميون [30]، وطبقا للسلوك تحت الاحمر لـ CF فإنها تعرض احادية للتفاعل على مدى اقصر من كولوم ولكن تتصرف بشكل جيد للتفاعلات على مدى اطول من كولوم.

تمت الترجمة في المركز العلمي للترجمة

www.trgma.com

22-10-2010